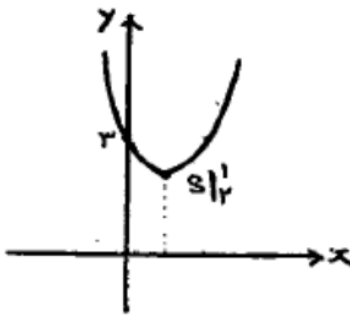
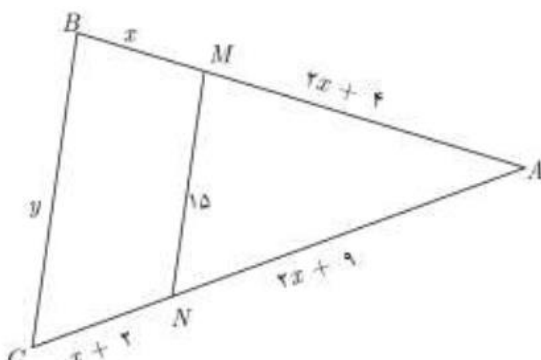
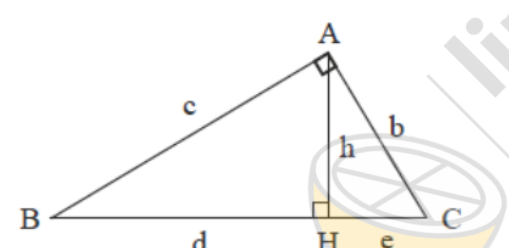


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم تجربی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۴۰۰

نام درس: ریاضی یازدهم تجربی
 نام دبیر: آقای حسینی
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۰۹
 ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

نمره به عدد:		نمره به حروف:		نمره به عدد:		نمره به حروف:		محل مهر و امضاء مدیر	
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:			
ردیف	سؤالات								ردیف
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. (الف) مرکز دایره محاطی مثلث، محل تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث است. (ب) از نقطه‌ای خارج یک خط، می‌توان دو خط بر آن عمود کرد. (پ) زاویه ۵ درجه، با زاویه $\frac{\pi}{18}$ رادیان برابر است.								۰,۷۵
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب کامل کنید. (الف) قرینه نقطه $A(-۷,۴)$ نسبت به نقطه $M(-۲,۱)$ برابر با نقطه است. (ب) صفرهای تابع $y = ۲x^۲ - ۲x - \frac{۱}{۴}$ برابر با و است. (پ) دایره $C(O,r)$ را در نظر بگیرید. هر نقطه که از نقطه O به فاصله r باشد دایره قرار دارد. (ت) تابع $y = \frac{۱}{x+۲}$ دارای دامنه است. (ث) برد تابع $y = x - [x]$ برابر است با								۱,۵
۳	با ذکر دلیل، گزینه صحیح را انتخاب نمایید. (الف) اگر نمودار تابع $y = mx^۲ - (m^۲ - ۱)x + ۱$ روی محور عرض‌ها دارای ماکزیمم باشد، مقدار m کدام است؟ (ب) زاویه ۳۱۵ درجه، مساوی کدام زاویه نیست؟								۱
	<div><div><div>۱ (۱)</div><div>$-\frac{\pi}{4}$ (۱)</div></div><div><div>۲ (۲)</div><div>$\frac{۷\pi}{4}$ (۲)</div></div><div><div>۳ (۳)</div><div>-۴۵ (۳)</div></div><div><div>۴ (۴)</div><div>$\frac{۱۱\pi}{4}$ (۴)</div></div></div>								
۴	دو نقطه $A(۱۴,۳)$ و $B(۱۰,-۱۳)$ را در نظر بگیرید. (الف) فاصله مبدا مختصات را از وسط پاره خط AB به دست آورید. (ب) معادله عمود منصف پاره خط AB را بنویسید.								۱,۲۵
۵	مقدار m را طوری به دست آورید که معادله $(m - ۱)x^۲ + (m - ۴)x - ۳m = ۰$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز و قرینه باشد و سپس ریشه‌ها را به دست آورید.								۱
۶	معادله زیر را حل کنید.								۱

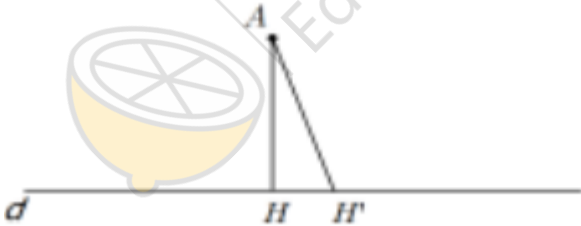
	$(x + \frac{1}{x})^2 - 2(x + \frac{1}{x}) = 0$	
۱,۵	<p>ضابطه سهمی زیر را بنویسید. (S راس سهمی است).</p> 	۷
۱	اگر $x=4$ یکی از جوابهای معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، جواب دیگر آن را بیابید.	۸
۰,۵	با برهان خلف، ثابت کنید نمی‌توان از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد.	۹
۱,۵	<p>در شکل زیر، $MN \parallel BC$ مقادیر x و y را بیابید.</p> 	۱۰
۱	<p>در مثلث قائم الزاویه زیر، اگر $d=5$ و $e=3$ باشد، b و c را بیابید.</p> 	۱۱
۱,۵	<p>دامنه توابع زیر را بیابید.</p> <p>الف) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-1}}$</p> <p>ب) $g(x) = \frac{\sqrt[3]{-x^2+4}}{ x -2}$</p>	۱۲
۱	<p>آیا توابع زیر با هم مساوی اند؟ چرا؟</p> <p>$f(x) = x - 1$</p> <p>$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} & x \neq 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$</p>	۱۳
۱	اگر تابع خطی f از نقاط $(-1, 4)$ و $(2, -2)$ بگذرد، ضابطه تابع وارون آن را به دست آورید.	۱۴
۱	اگر $f(x) = \frac{5x-1}{2x-1}$ و $g(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، در این صورت $f(\frac{1}{g(x)})$ را بیابید.	۱۵

۰,۵	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 4$ باشد، ابتدا تابع $\frac{f}{g}$ و دامنه آن را بیابید، سپس مقدار $(g-f)(5)$ را محاسبه کنید.	۱۶
۱	ابتدا تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$ را رسم کنید. سپس از روی آن تابع $g(x) = 2f(x) - 1$ را رسم کنید.	۱۷
۱	زاویه 210° - درجه را به رادیان تبدیل کرده و مکان آن را روی دایره مثلثاتی نمایش دهید.	۱۸
۱	اگر $\tan 25^\circ = 0.4$ باشد، حاصل $\frac{3 \sin 155^\circ - 2 \cos 295^\circ}{\cos 115^\circ + \cos 335^\circ}$ چقدر است.	۱۹
صفحه ی ۳ از ۳		

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست	
۲	الف) $(3, -2)$ ب) $1 \pm \sqrt{2}$ پ) روی ت) $R - \{-2\}$ ث) $[0, 1)$	
۳	الف) $x_s = -\frac{b}{2a} = 0 \rightarrow \frac{m^2-1}{2m} = 0 \rightarrow m^2 - 1 = 0 \rightarrow m = \pm 1$ است، پس ضریب x^2 باید منفی باشد، پس $m > 0$ ، یعنی $m = -1$ قابل قبول است. گزینه (۲) ب) گزینه (۴)	
۴	$\left. \begin{aligned} xM &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{14 + 10}{2} \rightarrow xM = 12 \\ yM &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + (-13)}{2} \rightarrow yM = -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow M(12, -5)$ $OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} \rightarrow \boxed{OM = 13}$ <p>ب) $m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3 - (-13)}{14 - 10} = \frac{16}{4} \rightarrow m_{AB} = 4$</p> <p>شیب خط عمود بر AB معادله عمودمنصف $m' \rightarrow m' = \frac{-1}{m_{AB}} \rightarrow m' = -\frac{1}{4}$</p> $y - y_M = m'(x - x_M) \rightarrow y - (-5) = -\frac{1}{4}(x - 12)$ $\rightarrow y + 5 = -\frac{1}{4}x + 3 \rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{4}x - 2}$	
۵	$a = m - 1, b = m - 4, c = -3m$ $\rightarrow \begin{cases} b = 0 \rightarrow m - 4 = 0 \rightarrow \boxed{m = 4} \\ \Delta > 0 \end{cases}$ <p>دو ریشه ی حقیقی متمایز و قرینه</p> $\rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow 3(x^2 - 4) = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 2) = 0$ $\nearrow x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2}$ $\searrow x + 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = -2}$	

$\rightarrow x + \frac{1}{x} = u \rightarrow u^2 - 2u = 0 \rightarrow u(u - 2) = 0 \rightarrow u = 0, u = 2$ <p>معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد.</p> $u = 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 0 \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 0 \rightarrow x^2 + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 0^2 - 4(1)(1) = -4 < 0 \rightarrow$ $u = 2 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 2 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x - 1)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 1}$	۶
$S \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}, A \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \end{vmatrix} \quad y = a(x - h)^2 + k \rightarrow y = a(x - 1)^2 + 2 \rightarrow 3 = a(0 - 1)^2 + 2$ $\rightarrow a = 1 \rightarrow y = (x - 1)^2 + 2$	۷
<p>پس جواب باید در معادله صدق کند:</p> $x + a = \sqrt{5x - x^2} \xrightarrow{x=4} 4 + a = \sqrt{5(4) - (4)^2} \rightarrow a = -2$ $\xrightarrow{a=-2} x - 2 = \sqrt{5x - x^2} \xrightarrow{(\quad)^2} x^2 - 4x + 4 = 5x - x^2 \rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0$ $\rightarrow \boxed{x = 4}, \boxed{x = \frac{1}{2}} \times$	۸
<p>فرض می‌کنیم از نقطه A بتوان دو عمود بر d رسم کرد.</p>  <p>در این صورت مجموع زوایای مثلث از 180° درجه بیشتر می‌شود که تناقض است.</p>	۹
$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow \frac{2x + 4}{x} = \frac{2x + 9}{x + 2} \rightarrow \boxed{x = 8}$ $MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{2x + 4}{3x + 4} = \frac{15}{y} \xrightarrow{x=8} \boxed{y = 21}$	۱۰
$AB^2 = BC \cdot BH \rightarrow c^2 = (d + e)d \rightarrow c^2 = (5 + 3) \times 5 \rightarrow c^2 = 40 \rightarrow \boxed{c = 2\sqrt{10}}$ $AC^2 = BC \cdot CH \rightarrow b^2 = (d + e)e \rightarrow b^2 = (5 + 3) \times 3 \rightarrow b^2 = 24 \rightarrow \boxed{b = 2\sqrt{6}}$	۱۱

$$\frac{x+2}{x^2-1} \geq 0 \quad \text{ریشه ها} \quad x = -2 \quad x = \pm 1$$

$$D_f = (-2, -1] \cup [1, +\infty)$$

		-۲	-۱	۱	
$x+۲$	-	•	+	+	+
$x^۲-۱$	+	+	•	-	•
	-	۰	+	ثان	-
			+	ثان	+

۱۲

$$g(x) = \frac{\sqrt[3]{-x^2+4}}{|x|-2} \quad |x|-2=0 \quad |x|=2 \quad x=\pm 2 \quad D_g = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

$$f(x) = x - 1 \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} & x \neq 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$$

$D_f = D_g = \mathbb{R}$ شرط ۱ برقرار است

$$\begin{cases} x \neq 1: & g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)^2}{x - 1} = x - 1 = f(x) \\ x = 1: & g(1) = 0 = f(1) \end{cases}$$

پس به ازای هر x متعلق به دامنه مشترک داریم $f(x) = g(x)$ شرط (۲) برقرار است.

۱۳

$$(۲, -۲), (-۱, ۴) \rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{۴ - (-۲)}{-۱ - ۲} = \frac{۶}{-۳} = -۲$$

$$\rightarrow y = -۲x + b \xrightarrow{(۲, -۲)} -۲ = -۲(۲) + b \rightarrow b = ۲ \rightarrow \boxed{f(x) = -۲x + ۲}$$

$$\rightarrow y = -۲x + ۲ \rightarrow ۲x = -y + ۲ \rightarrow x = \frac{-y + ۲}{۲} \rightarrow f^{-1}(y) = -\frac{y}{۲} + ۱$$

$$\rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = -\frac{x}{۲} + ۱}$$

۱۴

$$f(x) = \frac{۵x - ۱}{۲x - ۱} \xrightarrow{x = \frac{۵}{۷}} f\left(\frac{۵}{۷}\right) = \frac{۵ \times \frac{۵}{۷} - ۱}{۲ \times \frac{۵}{۷} - ۱} = ۶$$

$$g^{-1}\left(f\left(\frac{۵}{۷}\right)\right) = g^{-1}(۶) = ?$$

$$x + \sqrt{x} = ۶ \rightarrow x = ۴$$

۱۵

$$f(x) = \sqrt{x-1} \rightarrow x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$g(x) = x^2 - ۴ \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = ([1, +\infty) \cap \mathbb{R}) - \{x \mid x^2 - ۴ = 0\}$$

$$\rightarrow D_{\frac{f}{g}} = [1, +\infty) - \{-۲, ۲\} \rightarrow \boxed{D_{\frac{f}{g}} = [1, ۲) \cup (۲, +\infty)}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4} \rightarrow \boxed{\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}}$$

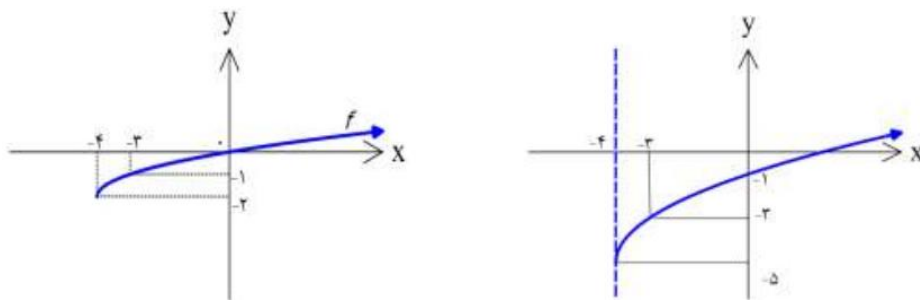
$$g(۵) = ۵^2 - ۴ \rightarrow g(۵) = ۲۱$$

$$f(۵) = \sqrt{۵-1} \rightarrow f(۵) = ۲$$

$$(g - ۳f)(۵) = g(۵) - ۳f(۵) = ۲۱ - ۳(۲) \rightarrow \boxed{(g - ۳f)(۵) = ۱۵}$$

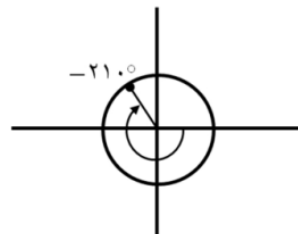
۱۶

ابتدا تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$ را رسم کنید. سپس از روی آن تابع $g(x) = 2f(x) - 1$ را رسم کنید.



۱۷

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{-210}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{-210}{180} \pi \rightarrow R = \frac{-7\pi}{6}$$



۱۸

$$\frac{3 \sin 155^\circ - 2 \cos 295^\circ}{\cos 115^\circ + \cos 335^\circ} = \frac{3 \sin(180^\circ - 25^\circ) - 2 \cos(270^\circ + 25^\circ)}{\cos(90^\circ + 25^\circ) + \cos(360^\circ - 25^\circ)}$$

$$= \frac{3 \sin 25^\circ - 2 \sin 25^\circ}{-\sin 25^\circ + \cos 25^\circ} = \frac{\sin 25^\circ}{-\sin 25^\circ + \cos 25^\circ} = \frac{\tan 25^\circ}{-\tan 25^\circ + 1}$$

$$\xrightarrow{\tan 25^\circ = 0.47} \frac{0.47}{-0.47 + 1} = \frac{0.47}{0.53} = \frac{47}{53} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۱۹

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ نمره