

۱- در شکل زیر، اگر شعاع دایره ۴ cm و طول کمان AB برابر ۱۲ cm باشد، θ چند درجه است؟

۵۴° (۲) $\frac{54^\circ}{\pi}$

۱۸° (۱) $\frac{18^\circ}{\pi}$

۷۲° (۴) $\frac{72^\circ}{\pi}$

۳۶° (۳) $\frac{36^\circ}{\pi}$

۲- زاویه ۳۲- درجه، چند رادیان است؟

۲۵ (۴) $-\frac{25}{9}\pi$

۵ (۳) $-\frac{5}{4}\pi$

۴ (۲) $-\frac{4}{3}\pi$

۱۶ (۱) $-\frac{16}{9}\pi$

۳- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{2x^2 + ax + b}$ به صورت $\mathbb{R} - \{3\}$ باشد، $a - b$ کدام است؟

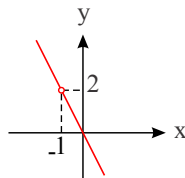
۶ (۴) -۶

۶ (۳)

۳۰ (۲)

۳۰ (۱) -۳۰

۴- نمودار داده شده به چه تعداد از توابع زیر تعلق دارد؟



الف) $f(x) = -2x; D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$

ب) $g(x) = -2x; D_g = \mathbb{R}$

پ) $h(x) = \frac{4x - 2x^2}{x - 2}; (x \neq -1)$

ت) $k(x) = \frac{2x - 2x^2}{x - 1}; (x \neq -1)$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۵- وارون تابع $f(x) = \frac{3x - 1}{2}$ کدام است؟

۲ (۴) $f^{-1}(x) = \frac{-2x + 1}{3}$

۳ (۳) $f^{-1}(x) = \frac{2x + 1}{3}$

۲ (۲) $f^{-1}(x) = \frac{x + 3}{2}$

۱ (۱) $f^{-1}(x) = \frac{3x - 1}{2}$

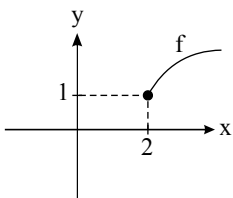
۶- اگر $f(x) = 4x - 2$ و $g = \{(2, 6), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$ باشد، تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

۲ (۲) $\{(2, 1), (4, 14), (5, 11)\}$

۱ (۱) $\{(2, \frac{1}{2}), (4, 7), (5, 9)\}$

۴ (۴) $\{(2, 1), (3, 0), (4, 14), (5, 11)\}$

۳ (۳) $\{(2, 1), (4, 14), (5, 9)\}$



۷- نمودار تابع $f(x) = a + \sqrt{x - b}$ به صورت زیر است. مقدار $f(11)$ کدام است؟

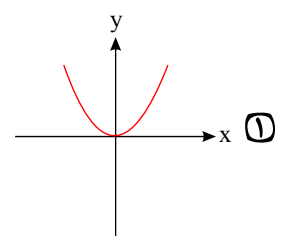
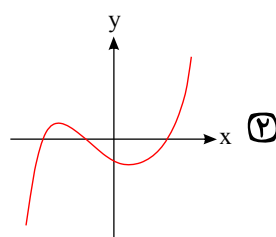
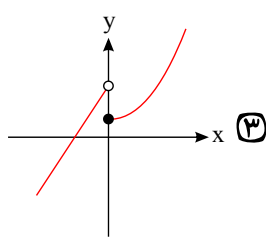
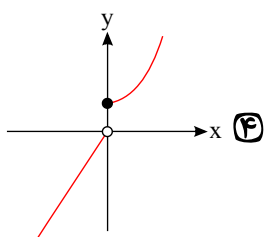
۲ (۲) $1 + \sqrt{10}$

۱ (۱) $2 + \sqrt{10}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۸- کدام یک از توابع زیر یک به یک است؟

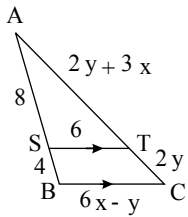




۹- اگر مجموعه همه جواب‌های معادله $x + \frac{3}{2} = 3$ به صورت $[a, b]$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- ۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۰٫۵ ۴) ۰٫۵

۱۰- در شکل زیر، $ST \parallel BC$ است. حاصل $x + y$ کدام است؟



- ۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۱۱- در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت مثلث‌ها $\frac{64}{121}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچک‌تر، ۲۴ واحد باشد، ضلع متناظر با آن در مثلث بزرگ‌تر چند واحد است؟

- ۱) ۲۷ ۲) ۳۰ ۳) ۳۳ ۴) ۳۶

۱۲- هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط AB از به یک فاصله است و هر نقطه روی نیمساز زاویه xy از به یک فاصله است.

- ۱) دو سر پاره‌خط - دو ضلع زاویه ۲) دو سر پاره‌خط - رأس زاویه ۳) وسط پاره خط - رأس زاویه ۴) وسط پاره‌خط - دو ضلع زاویه

۱۳- نقاط $A \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix}$ و $C \begin{vmatrix} -3 \\ -2 \end{vmatrix}$ سه رأس متوازی‌الاضلاع $ABCD$ هستند. مجموع طول و عرض مختصات رأس D آن کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۴- اگر $x = 4$ یکی از جواب‌های معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) جواب دیگر ندارد.

۱۵- یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = 3x + 1$ واقع است. اگر $A \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix}$ یکی از رئوس این مربع باشد، طول قطر مربع کدام است؟

- ۱) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ۲) $\frac{4\sqrt{5}}{2}$ ۳) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ۴) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

۱۶- اگر مجموع ریشه‌های معادله $2x^2 + mx + n = 0$ برابر ۲ و حاصل ضرب ریشه‌های آن برابر $-\frac{5}{2}$ باشد، در این صورت $m + n$ کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) ۹ ۳) ۱ ۴) -۹

۱۷- معادله $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = -1$ چند جواب حقیقی دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

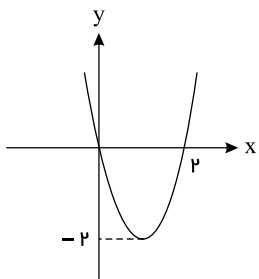
۱۸- ضابطه جبری سهمی مقابل کدام است؟

۱) $f(x) = 2x^2 - 4x$

۲) $f(x) = x^2 - 2x$

۳) $f(x) = 4x^2 - 8x$

۴) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x$





پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

$$\widehat{AB} = r \cdot \theta \rightarrow 12 = 4\theta \rightarrow \theta = 3$$

رادیان ۳

$$\frac{3}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \rightarrow D = \frac{540^\circ}{\pi}$$

۲ - گزینه ۱ با توجه به رابطه زیر می توان اندازه زاویه برحسب درجه را به اندازه آن برحسب رادین تبدیل کرد.

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{-32^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = -\frac{16}{9}\pi$$

۳ - گزینه ۱ چون $Df = \mathbb{R} - \{3\}$ می باشد پس عبارت درجه دوم مخرج کسر باید ریشه مضاعف ۳ داشته باشد، بنابراین داریم:

$$2(x-3)^2 = 2x^2 + ax + b \rightarrow 2(x^2 - 6x + 9) = 2x^2 + ax + b$$

$$\rightarrow 2x^2 - 12x + 18 = 2x^2 + ax + b \rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 18 \end{cases} \rightarrow a - b =$$

-۳۰

۴ - گزینه ۱ در نمودار داده شده اگر آن نقطه تو خالی را نادیده بگیریم، با توجه به عبور خط راست از دو نقطه $(0, 0)$ و $(-1, 2)$ به این نتیجه می رسیم که معادله خط $y = -2x$ است حال کهنمودار در نقطه $(-1, 2)$ تو خالی است، پس می توانیم بگوییم معادله نمودار داده شده به صورت $y = -2x$ با دامنه $D = \mathbb{R} - \{-1\}$ می باشد. حال باید بررسی کنیم بینم از بین ۴ تابع دادهشده کدامها معادله ای به صورت $y = -2x$ با دامنه $D = \mathbb{R} - \{-1\}$ دارند. با یک بررسی مختصر به این نتیجه می رسیم که هیچ کدام از توابع معادل ما نیستند زیرا در هر ۴ موردعلی رغم این که معادله به صورت $y = -2x$ است اما دامنه ای برابر ندارند. الف و ب که واضحند و پ و ت هم به ترتیب دامنه ای به صورت $D_h = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$ و $D_k = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

دارند. بنابراین گزینه اول صحیح می باشد.

۵ - گزینه ۳

$$f(x) = \frac{3x-1}{2} \Rightarrow y = \frac{3x-1}{2}$$

جای x و y را عوض می کنیم:

$$x = \frac{3y-1}{2} \Rightarrow 2x = 3y-1 \Rightarrow 3y = 2x+1 \Rightarrow y = \frac{2x+1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3}$$

۶ - گزینه ۳ ابتدا دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست می آوریم:

$$D_{\frac{f}{g}} = Df \cap Dg - \{x | g(x) = 0\} = \mathbb{R} \cap \{2, 3, 4, 5\} - \{3\} = \{2, 4, 5\}$$

$$f(2) = 6, f(4) = 14, f(5) = 18$$

$$\Rightarrow \frac{f}{g} = \left\{ \left(2, \frac{6}{6}\right), \left(4, \frac{14}{1}\right), \left(5, \frac{18}{2}\right) \right\} = \{(2, 1), (4, 14), (5, 9)\}$$

۷ - گزینه ۴ با توجه به نمودار رسم شده، در تابع $f(x) = a + \sqrt{x-b}$ مقدار $a = 1$ و $b = 2$ است.

$$\Rightarrow f(x) = 1 + \sqrt{x-2} \Rightarrow f(11) = 1 + \sqrt{11-2} = 1 + 3 = 4$$

۸ - گزینه ۴ می دانیم تابعی یک به یک است که هر خط افقی (موازی محور x ها) نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند. بنابراین نمودار گزینه ۴، مربوط به یک تابع یک به یک است.

۹ - گزینه ۱

$$\left[x + \frac{3}{2}\right] = 3 \Rightarrow 3 \leq x + \frac{3}{2} < 4$$

$$\Rightarrow 1,5 \leq x < 2,5 \Rightarrow \begin{cases} a = 1,5 \\ b = 2,5 \end{cases} \Rightarrow a - b = -1$$

$$ST \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AS}{BS} = \frac{AT}{CT} \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = \frac{2y+3x}{2y}$$

$$\Rightarrow 4y = 2y + 3x \Rightarrow 2y = 3x \quad (1)$$

$$ST \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC} \Rightarrow \frac{\lambda}{12} = \frac{6}{6x-y}$$

۱۰ - گزینه ۲ بنابر شکل و قضیه تالس داریم:



$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{6}{6x-y} \Rightarrow 6x-y=9 \quad (2)$$

در نتیجه بنابر (۱) و (۲) داریم:

$$\xrightarrow{(2),(1)} \begin{cases} 2y-3x=0 \\ 6x-y=9 \end{cases} \Rightarrow x=2, y=3 \Rightarrow x+y=5$$

۱۱ - گزینه ۳ اگر نسبت تشابه دو مثلث را k در نظر بگیریم، داریم:

$$k^2 = \frac{64}{121} \rightarrow k = \frac{8}{11}$$

$$\xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \frac{8}{11} = \frac{24}{x} \rightarrow x = 33$$

۱۲ - گزینه ۱ هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط AB از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است و هر نقطه روی نیم‌ساز زاویه xy از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

۱۳ - گزینه ۱ قطرهای متوازی الاضلاع، یکدیگر را نصف می‌کنند و داریم:

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \rightarrow 3 + (-3) = -2 + x_D \rightarrow x_D = 2 \\ y_A + y_C = y_B + y_D \rightarrow 4 + (-2) = 1 + y_D \rightarrow y_D = 1 \\ \rightarrow x_D + y_D = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

۱۴ - گزینه ۴

$$x = 4 \Rightarrow 4 + a = \sqrt{20 - 16}$$

۴ x ریشه‌ی معادله است، پس در معادله صدق می‌کند:

$$\Rightarrow a = -2$$

$$x - 2 = \sqrt{5x - x^2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 - 4x + 4 = 5x - x^2 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{9}{2} \xrightarrow{x_1=4} 4 + x_2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}$$

۱۵ - گزینه ۴ فاصله نقطه $A \left| \begin{matrix} -1 \\ 2 \end{matrix} \right|$ از خط $y = 3x + 1$ طول ضلع مربع است، بنابراین داریم:

$$y = 3x + 1 \rightarrow 3x - y + 1 = 0$$

$$\text{طول ضلع مربع} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3(-1) - 2 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

$$\rightarrow \text{قطر مربع } d = \text{ضلع مربع} \times \sqrt{2} = \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$\rightarrow \text{قطر مربع} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

۱۶ - گزینه ۴

$$2x^2 + mx + n = 0 \rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = -\frac{m}{2} = 2 \rightarrow m = -4 \\ P = \frac{c}{a} = \frac{n}{2} = \frac{-5}{2} \rightarrow n = -5 \end{cases}$$

$$\rightarrow m + n = -9$$

۱۷ - گزینه ۱

$$\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = -1 \xrightarrow{\times x(x+1)} x^2 - (x-1)(x+1) =$$

$$-x(x+1)$$

$$\rightarrow x^2 - (x^2 - 1) = -x^2 - x \rightarrow 1 = -x^2 - x \rightarrow x^2 + x$$

$$+ 1 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = (1)^2 - 4(1)(1) = -3 < 0 \quad \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

۱۸ - گزینه ۱ با توجه به صف‌های تابع ($x=0$ و $x=2$) طول رأس سهمی برابر $x=1$ است. همچنین عرض رأس سهمی برابر $x=-2$ است، بنابراین:

$$f(x) = k(x-1)^2 - 2$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow 0 = k(0-1)^2 - 2 \Rightarrow k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow f(x) = 2(x-1)^2 - 2 = 2(x^2 - 2x + 1) - 2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 4x$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲

۴ - ۱

۷ - ۴

۱۰ - ۲

۱۳ - ۱

۱۶ - ۴

۲ - ۱

۵ - ۳

۸ - ۴

۱۱ - ۳

۱۴ - ۴

۱۷ - ۱

۳ - ۱

۶ - ۳

۹ - ۱

۱۲ - ۱

۱۵ - ۴

۱۸ - ۱



limoonad
Education For All