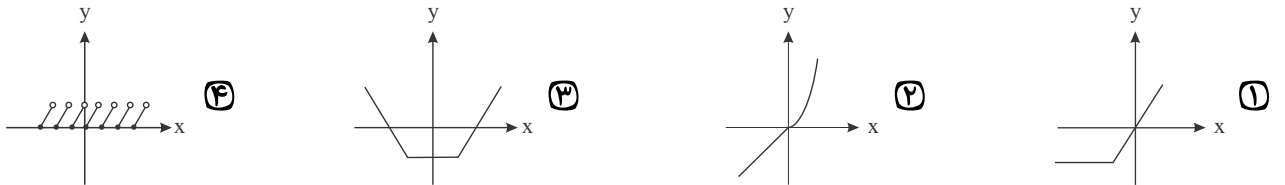




۱- نقیض گزاره «امروز آفتابی است و فردا بارانی نیست.» کدام گزاره زیر است؟

- ① امروز باررانی است و فردا آفتابی است.
 ② امروز آفتابی نیست یا فردا بارانی است.
 ③ امروز آفتابی نیست یا فردا بارانی نیست.
 ④ امروز بارانی است و فردا آفتابی نیست.

۲- برد کدام تابع مجموعه تمام اعداد حقیقی است؟



۳- اگر $g = \{(m - n, 2)(m + p, 6)(p + 1, 2)\}$ تابعی همانی باشد، در این صورت $m + n + p$ کدام است؟

- ① ۶ ② ۷ ③ ۸ ④ ۹

۴- هرگاه $f(x) = \begin{cases} 3x + a & , x \geq -1 \\ ax + 4 & , x \leq -1 \end{cases}$ یک تابع باشد، مقدار $f(-2)$ کدام است؟

- ① $\frac{7}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ -3 ④ ۱۱

۵- اگر $f = \{(m^2 - 4, 5), (m^2 - 4, m^2 - 11), (8 + m, 2)\}$ یک تابع باشد، m کدام است؟

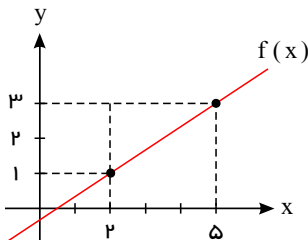
- ① فقط ۴ ② فقط -۴ ③ ± 4 ④ هیچ مقداری برای m وجود ندارد.

۶- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت حاصل هم ارزی زیر کدام است؟

$$[\sim (p \vee \sim p) \Leftrightarrow \sim (q \wedge \sim q)] \equiv ?$$

- ① T ② F ③ p ④ q

۷- نمودار تابع f به صورت مقابل است. $f(3)$ کدام است؟



- ① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$ ④ $\frac{7}{3}$

۸- اگر $p \equiv \sim q$ و r گزاره‌ای درست باشد، کدام گزینه درست است؟

- ① $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \vee q)$ ② $(p \vee r) \equiv (p \wedge q)$ ③ $\sim (\sim r \Rightarrow q) \equiv (\sim q \vee r)$ ④ $(\sim p \wedge \sim r) \equiv (p \Leftrightarrow q)$



۹- در کدام گزینه استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است؟

- مقدمه ۱: اگر شخصی در امتحان کتبی رانندگی حداقل نمره ۲۶ را کسب کند، آنگاه می تواند در آزمون عملی شرکت کند.
 مقدمه ۲: علی در آزمون عملی رانندگی شرکت نکرده است.
 ۱) علی در آزمون کتبی رانندگی نمره کم تر از ۲۶ گرفته است.
- مقدمه ۱: اگر شاخص آلودگی در شهری بالاتر از ۱۵۰ باشد، آنگاه مدارس آن شهر تعطیل می شوند.
 مقدمه ۲: شاخص آلودگی شهر تهران امروز ۱۶۰ است.
 ۲) مدارس شهر تهران امروز تعطیل شده است.
- مقدمه ۱: اگر کسی از من متنفر باشد، آنگاه پشت سر من حرف می زند.
 مقدمه ۲: سعید پشت سر من حرف زده است.
 ۳) سعید از من متنفر است.
- مقدمه ۱: اگر عددی مثبت باشد، آنگاه توان دوم آن عدد مثبت است.
 مقدمه ۲: a^2 بزرگ تر از صفر است.
 ۴) a : عددی مثبت است.

۱۰- اگر p, q, r سه گزاره دلخواه باشند و ارزش $(p \vee \sim q) \Rightarrow r$ نادرست باشد، کدام گزینه در مورد ارزش p و r درست است؟

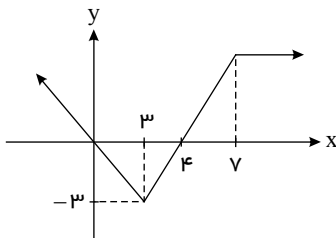
- ۱) r نادرست و p درست. ۲) p و r هر دو درست. ۳) r درست و p نادرست. ۴) p و r هر دو نادرست.

۱۱- ارزش نقیض گزاره $(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)$ کدام است؟

- ۱) همواره درست ۲) همواره نادرست ۳) به ارزش گزاره $p \wedge q$ بستگی دارد ۴) به ارزش گزاره p بستگی دارد

۱۲- عبارت "یک سوم از مربع عددی برابر است با دو برابر آن عدد منهای یک چهارم عدد ۲۱" به صورت نماد ریاضی کدام است؟

- ۱) $\frac{x^2}{6} = 2x - \frac{1}{4}$ ۲) $\frac{x^2}{6} = (2x - \frac{1}{4}) \times 21$ ۳) $\frac{x^2}{12} = 2x - \frac{21}{4}$ ۴) $\frac{x^2}{12} = (2x - \frac{1}{4}) \times 21$



۱۳- باتوجه به نمودار تابع f ، حاصل عبارت $f(-1) + f(11)$ کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

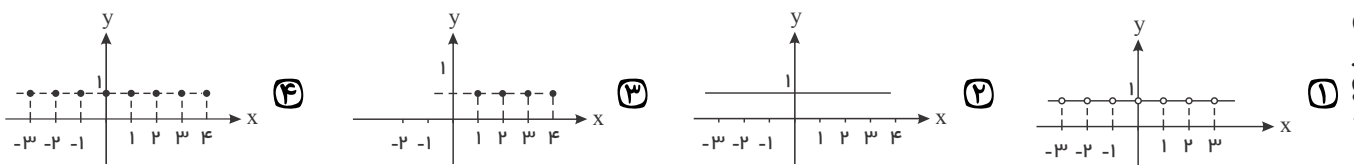
۱۴- در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 1 \\ 2x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$ کدام مورد، نادرست است؟

- ۱) $f(1) + f(-1) = -1$ ۲) مقدار $f(\frac{1}{3})$ تعریف نشده است.
 ۳) نمودار f محور x ها را در ۳ نقطه قطع می کند. ۴) برد f برابر با R می باشد.

۱۵- حاصل هم ارزی زیر به کمک جدول ارزش گذاری یا خواص گزاره ها کدام است؟

- ۱) p ۲) q ۳) $\sim p$ ۴) $\sim q$
- $\sim [(\sim q \Rightarrow p) \wedge p] \equiv ?$

۱۶- نمودار تابع ثابت $f(x) = \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z} \\ f(x) = 1 \end{cases}$ کدام است؟ (\mathbb{N} مجموعه اعداد طبیعی و \mathbb{Z} مجموعه اعداد صحیح است.)





۱۷- خط $y = 4$ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ را در دو نقطه به طول‌های A و B قطع می‌کند. در این صورت فاصله دو نقطه از

یکدیگر چقدر است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۷)

۲ (۱)

۱۸- اگر گزاره «اگر دیروز پنجشنبه بود، آن‌گاه فردا شنبه یا دوشنبه است» به انتفای مقدم درست و ارزش تالی آن هم درست باشد، آن‌گاه امروز چند شنبه است؟

جمعه (۴)

پنجشنبه (۳)

سه‌شنبه (۷)

یکشنبه (۱)

۱۹- ارزش گزاره $[p \vee (\sim q \wedge \sim p)] \vee q$ کدام است؟

به ارزش گزاره q بستگی دارد (۴)

به ارزش گزاره p بستگی دارد (۳)

همواره نادرست (۷)

همواره درست (۱)

۲۰- کدام یک از هم‌ارزی‌های زیر، نادرست است؟

$(\sim p \vee q) \equiv (p \Rightarrow q)$ (۴)

$(\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p)$ (۳)

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ (۷)

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$ (۱)



limoonad
Education For All



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ توجه: $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$: قاعده دمورگان

عبارت سؤال: امروز آفتابی است و فردا بارانی نیست، توجه شود که نقیض را از ما می‌خواهد، پس داریم:

$\Rightarrow \sim p \vee \sim q$ (بنابراین گزینه ۲ درست است.)

۲ - گزینه ۲ برای به دست آوردن برد تابع از روی نمودار، کافی است تصویر نقاط را روی محور y ها به دست آوریم، سپس محدوده برد تابع را می‌یابیم، که با توجه به نمودارها، تنها برد تابع گزینه ۲، شامل مجموعه تمام اعداد حقیقی است.

۳ - گزینه ۴

$$g \text{ تابع همانی است } \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1) \ m - n = 2 \xrightarrow{m=5} 5 - n = 2 \rightarrow 5 - 2 = n \rightarrow \boxed{3 = n} \\ (2) \ m + p = 6 \xrightarrow{p=1} m + 1 = 6 \rightarrow \boxed{m = 5} \\ (3) \ p + 1 = 2 \rightarrow \boxed{p = 1} \end{array} \right.$$

$$m + n + p = 5 + 3 + 1 = 9$$

۴ - گزینه ۳ چون یک $f(x)$ تابع است و چون $x = -1$ در هر دو دامنه ضابطه‌ها قرار دارد، لذا باید به ازای $x = -1$ مقدار ضابطه‌ها برابر باشد، بنابراین داریم:

$$-3 + a = -a + 4 \Rightarrow a = \frac{7}{2}$$

چون $-1 \leq -2$ است، لذا برای محاسبه $f(-2)$ از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$f(-2) = a \times (-2) + 4 = \frac{7}{2} \times (-2) + 4 = -7 + 4 = -3$$

۵ - گزینه ۲

در تابع اگر دو زوج مرتب دارای مؤلفه‌های اول برابر باشند باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز باهم برابر باشند.

$$(m^2 - 4, 5) = (m^2 - 4, m^2 - 11) \Rightarrow m^2 - 11 = 5 \Rightarrow m^2 = 16 \xrightarrow{\text{جذر}} m = \pm 4$$

$$m = 4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (12, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع نیست}$$

$$m = -4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (4, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع است}$$

پس فقط جواب $m = -4$ قابل قبول است.

۶ - گزینه ۲ اگر گزاره‌ای دلخواه باشد؛ داریم:

$$1) (p \wedge \sim p) \equiv F$$

$$2) (p \vee \sim p) \equiv T$$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$[\sim(\underbrace{(p \vee \sim p)}_F) \wedge \underbrace{(\sim(q \wedge \sim q))}_F] \equiv F$$

۱ - گزینه ۲ نمودار f خطی است که از دو نقطه‌ی $A \left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 3 \end{smallmatrix} \right)$ و $B \left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 1 \end{smallmatrix} \right)$ می‌گذرد. معادله‌ی این خط را می‌نویسیم:

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \rightarrow m_{AB} = \frac{1 - 3}{2 - 5} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A \left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix} \right) \xrightarrow{y - y_A = m(x - x_A)} y - 1 = \frac{2}{3}(x - 2) \rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \\ m = \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow f(3) = \frac{2}{3}(3) - \frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

۱ - گزینه ۴ چون $p \equiv \sim q$ بنابراین p و q مخالف یکدیگرند و $T \equiv r$ است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) \text{ گزینه } 1: (p \Leftrightarrow q) \equiv F, (p \vee q) \equiv T$$



گزینه ۲: $\overbrace{(p \vee r)}^T \equiv T$, $(p \wedge q) \equiv F$

گزینه ۳: $\sim \underbrace{(\sim r \Rightarrow q)}_F \equiv F$, $(\sim q \vee r) \equiv T$

گزینه ۴: $(\sim p \wedge \underbrace{\sim r}_F) \equiv F$, $(p \Leftrightarrow q) \equiv F$

۹ - گزینه ۲ تنها در گزینه ۲، استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: شاید علی در آزمون کتبی هم شرکت نکرده باشد.

گزینه ۳: شاید سعید از من متنفر نباشد و پشت سر من حرف بدی زده باشد.

گزینه ۴: a می‌تواند عددی منفی هم باشد و توان دوم آن مثبت باشد.

۱۰ - گزینه ۳

ترکیب شرطی وقتی نادرست است؛ که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

نادرست \Rightarrow $\underbrace{(p \vee \sim q)}_{\text{نادرست}} \equiv$ نادرست

$p \vee \sim q \equiv$ نادرست \rightarrow $\begin{cases} p \equiv$ نادرست \\ $\sim q \equiv$ نادرست \end{cases}

ترکیب فصلی فقط وقتی نادرست است؛ که هر دو گزاره نادرست باشند.

پس ۲ درست و p نادرست است.

۱۱ - گزینه ۲

p	q	$\sim q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim q)$
د	د	ن	$د \Rightarrow د \equiv د$
د	ن	د	$ن \Rightarrow د \equiv د$
ن	د	ن	$د \Rightarrow ن \equiv د$
ن	ن	د	$ن \Rightarrow د \equiv د$

پس ترکیب شرطی سؤال همواره درست و نقیض آن همواره نادرست است.

۱۲ - گزینه ۳

عدد مورد نظر را برابر x در نظر می‌گیریم.

$$\frac{1}{4} \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 2x - \frac{1}{4} \times 21$$

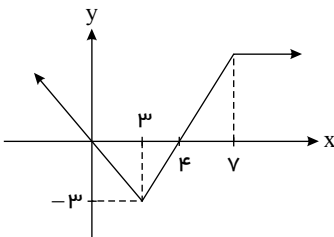
$$\frac{1}{4} \left(\frac{x^2}{4}\right) = 2x - \frac{21}{4} \rightarrow \frac{x^2}{16} = 2x - \frac{21}{4}$$



نصف عدد $= \frac{x}{2} \leftarrow$ مربع نصف عدد $= \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}$

یک سوم مربع نصف عدد $= \frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{4}\right) = \frac{x^2}{12}$

۱۳ - گزینه ۲



ابتدا ضابطه این تابع را مشخص می‌کنیم.

این تابع به‌ازای مقادیر $3 \leq x < 7$ با ضابطه $f(x) = -x$ (نیمساز ربع دوم و چهارم) همچنین ضابطه این تابع به‌ازای مقادیر $3 < x < 7$ خط گذرنده از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ است. نتیجه داریم:

$$m = \frac{0 - (-3)}{4 - 3} = 3 \rightarrow y = mx + h \Rightarrow y = 3x + h \xrightarrow{\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}} 0 = 3 \times 4 + h \Rightarrow h = -12 \Rightarrow y = 3x - 12$$

ضابطه این تابع برای $x \geq 7$ یک تابع ثابت است و مقدار آن برابر $f(7)$ از ضابطه دوم است؛ در نتیجه:

$$f(7) = 3 \times 7 - 12 = 21 - 12 = 9$$



$$f(x) = \begin{cases} -x & x \leq 3 \\ 3x - 12 & 3 < x < 7 \\ 9 & x \geq 7 \end{cases}$$

باتوجه به ضابطه تابع $f(x)$ داریم:

ضابطه اول $f(-1) \Rightarrow -1 \leq 3 \xrightarrow{\text{ضابطه اول}} f(-1) = -(-1) = 1$

ضابطه سوم $f(11) \Rightarrow 11 \geq 7 \xrightarrow{\text{ضابطه سوم}} f(11) = 9$

در نتیجه حاصل $f(-1) + f(11)$ برابر $1 + 9 = 10$ است.

۱۴ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

$$f(1) = 1^2 - 1 = 0 \Rightarrow f(1) + f(-1) = 0 - 1 = -1$$

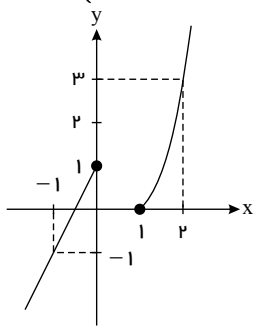
$$f(-1) = 2(-1) + 1 = -1$$

گزینه (۲):

$x = \frac{1}{2}$ در دامنه f وجود ندارد؛ پس $f(\frac{1}{2})$ تعریف نشده است.

گزینه‌های (۳) و (۴):

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 1 \\ 2x + 1 & x \leq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{c|c|c} x & 1 & 2 \\ \hline y & 0 & 3 \\ \hline x & 0 & -1 \\ \hline y & 1 & -1 \end{array}$$



با توجه به نمودار رسم شده نمودار تابع f محور x ها را در ۲ نقطه قطع می‌کند همچنین برد تابع f برابر R است.

۱۵ - گزینه ۳ روش اول

جدول ارزش گذاری گزاره ترکیبی $\sim [(\sim q \Rightarrow p) \wedge p]$ را رسم می‌کنیم.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow p$	$(\sim q \Rightarrow p) \wedge p$	$\sim [(\sim q \Rightarrow p) \wedge p]$
د	د	ن	ن	د	د	ن
د	ن	ن	د	د	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	ن	ن	د

۱۶ - توجه به جدول ارزش درستی گزاره ترکیبی هم ارز $\sim p$ است.

روش دوم

$$\sim [(\sim q \Rightarrow p) \wedge p] \equiv \sim [(q \vee p) \wedge p] \equiv \sim p$$

تبدیل ترکیب شرطی به فصلی قانون جذب

۱۶ - گزینه ۳ دامنه تابع تنها شامل اعداد طبیعی است و برد تابع مقدار ثابت یک است. پس تنها نمودار گزینه ۳، مربوط به این تابع می‌باشد.

۱۷ - گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع چند ضابطه‌ای را رسم می‌کنیم، به ازای $x > 0$ نمودار تابع یک سهمی است که رأس آن روی مبدأ قرار دارد و به ازای $x < 0$ نمودار تابع خطی است که از مبدأ می‌گذرد و نیمساز ناحیه دوم است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲

۴ - ۳

۷ - ۲

۱۰ - ۳

۱۳ - ۲

۱۶ - ۳

۱۹ - ۱

۲ - ۲

۵ - ۲

۸ - ۴

۱۱ - ۲

۱۴ - ۳

۱۷ - ۳

۲۰ - ۳

۳ - ۴

۶ - ۲

۹ - ۲

۱۲ - ۳

۱۵ - ۳

۱۸ - ۱



limoonad
Education For All