

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: دهم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش تهران
اداره کل آموزش و پرورش تهران منطقه تهران

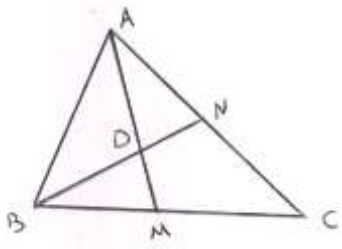
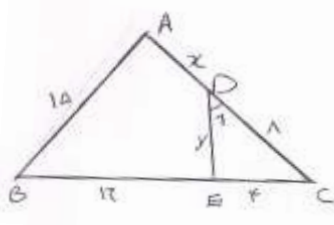
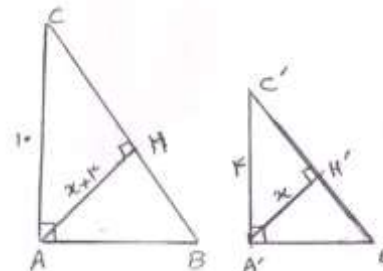
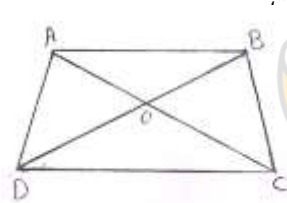
دبیرستان غیردولتی دخترانه سراج

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۶-۹۵

نام درس: هندسه
نام دبیر: سمر افتخاری
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۰۶
ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سوالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۱	جملات زیر را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) اگر نقطه ای از دو سر پاره خط به یک فاصله باشد، روی قرار دارد. ب) اگر در مثلثی اندازه دو زاویه برابر 49° و 31° باشد، نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها مثلث است. ج) از تناسب $\frac{4}{x} = \frac{y}{3} = \frac{x^2}{2}$ مقدار $x + y$ برابر می باشد. د) در دو مثلث متشابه نسبت میان‌ه‌های نظیر برابر $\frac{3}{4}$ است، نسبت مساحت‌های این دو مثلث است.		۰.۲۵ ۰.۲۵ ۰.۲۵ ۰.۲۵
۲	روش رسم مربعی به قطر $AB = 4$ را بیان و به دقت رسم کنید.	$A \text{-----} B$	۱.۲۵
۳	ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نا برابر وجود داشته باشد، ضلع رو به رو به زاویه بزرگتر، بزرگ تر است از ضلع رو به رو به زاویه کوچک تر.		۱.۵
۴	در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، از نقطه دلخواه M روی قاعده BC به موازات ساق‌ها، خط خارج کرده ایم تا ساق‌ها را در D و E قطع کنند. ثابت کنید $MD + ME = AB$.		۱.۲۵
۵	در مثلث ABC اگر D نقطه تلاقی نیم‌ساز زاویه داخلی B و نیم‌ساز زاویه خارجی C باشد، مقدار \widehat{D} را بر حسب زاویه A به دست آورید.		۱.۲۵
۶	ثابت کنید مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی برابر است با $180(n - 2)$.		۱
۷	در مثلث ABC اگر نقطه M درون مثلث باشد، ثابت کنید: الف) $\widehat{BAC} < \widehat{BMC}$. ب) $AB + AC > BM + MC$		۱ ۱.۲۵
۸	در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، ($\widehat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع وتر است، ثابت کنید AH واسطه هندسی بین دو قطعه ایجاد شده روی وتر است.		۱.۵
۹	در ذوزنقه $ABCD$ ، $AB \parallel CD \parallel EF$. مقادیر x و y را با ذکر دلیل بدست آورید		۲

ادامه سوالات در صفحه بعد

۲	قضیه تالس را بیان و اثبات کنید.	۱۰
۱.۵	<p>در مثلث ABC، M وسط ضلع BC و D وسط میانه AM است. امتداد BD ضلع AC را در N قطع کرده است.</p> <p>الف) نسبت $\frac{AN}{NC}$ را به دست آورید.</p> <p>نسبت $\frac{DN}{BN}$ را به دست آورید.</p> 	۱۱
۱.۵	<p>در شکل مقابل $\widehat{D_1} = \widehat{B}$.</p> <p>الف) ثابت کنید: ΔDEC و ΔABC متشابهند.</p> <p>ب) x و y را پیدا کنید.</p> 	۱۲
۱.۲۵	<p>اگر $\widehat{B} = \widehat{B'}$ آن گاه:</p> <p>الف) مقدار x را حساب کنید.</p> <p>ب) نسبت محیط های دو مثلث را حساب کنید.</p> 	۱۳
۰.۷۵	<p>ثابت کنید در دوزنقه $ABCD$ با رسم دو قطر مساحت مثلث های AOD و BOC برابر است.</p> 	۱۴

جمع بارم: ۲۰ نمره

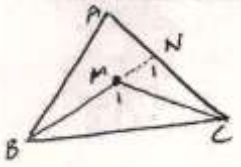
بایاد خداول با آرام می گیرود مطمئن باشید به شما کمک خواهد کرد.



راهنمای تصحیح	صفحه:	محل مهر یا امضاء مدیر
۱ الف) عمود منصف (ب) بیرون (ج) ۸ (د) $\frac{9}{16}$		
۲ چون در مربع قطرها با هم برابر و عمود منصف یکدیگرند ابتدا عمود منصف AB را رسم، سپس به مرکز وسط AB و شعاع $\frac{AB}{2}$ دایره ای رسم می کنیم تا عمود منصف را در نقاط M و N قطع کند، AMBN مربع است.		
۳ فرض کنیم: $\widehat{B} > \widehat{C}$ ، حکم: $AC > AB$ برهان خلف: فرض خلف، اگر $AC \geq AB$ پس:	$\left\{ \begin{array}{l} AC < AB \Rightarrow \widehat{B} < \widehat{C} \\ AC = AB \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \end{array} \right.$ فرض خلف باطل و $AC > AB$	
۴ از طرفی: $\widehat{B} = \widehat{C}$ و چون $EM \parallel AC$ پس $\widehat{M}_1 = \widehat{B}$ پس $EB = EM$ (۲)	$MD \parallel AB$ $ME \parallel AD$ $\Rightarrow AD = ME, MD = AE$ (۱) متوازی الاضلاع است	
۵	۱) $ABC : \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180 \rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180 - \widehat{A}$ BDC: $\frac{\widehat{B}}{2} + \widehat{C} + \frac{180 - \widehat{C}}{2} + \widehat{D} = 180 \rightarrow \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2} + \widehat{D} = 90$ $\frac{180 - \widehat{A}}{2} + \widehat{D} = 90 \Rightarrow \widehat{D} = \frac{\widehat{A}}{2}$	
۶ نقطه O را به دلخواه درون n ضلعی قرار داده از O به رئوس وصل می کنیم n مثلث حاصل می شود، که مجموع زوایای آنها $180n$ است از طرفی $360^\circ = \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 + \dots + \widehat{O}_n$ جز زوایای داخلی n ضلعی نیست پس باید از $180n$ کم شود بنابراین مجموع زوایای داخلی n ضلعی $= 180n - 360 = 180(n - 2)$		

الف) BM را امتداد می دهیم تا AC را در N قطع کند. $\hat{M}_1 > \hat{N}_1 > \hat{A} \Rightarrow \hat{M}_1 > \hat{A}$ در MNC خارجی

ب) طبق قضیه حمار



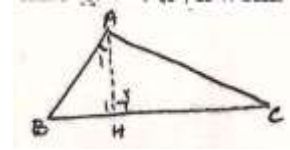
$$ABN : AB + AN > BN \Rightarrow AB + AN > BM + MN$$

$$\Rightarrow AB + AN + MN + NC > BM + MN + MC \Rightarrow AB + AC > BM + MC$$

$$MNC : MN + NC > MC$$

$$AHB : \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$$

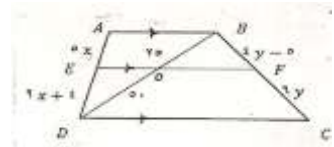
$$AHC : \hat{A}_1 + \hat{B} = \hat{C} + \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$$



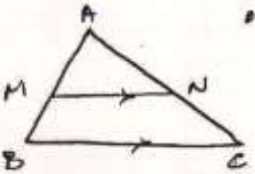
$$\Rightarrow ABH \approx ACH \Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{AB}{CA} = \frac{BH}{AH} \xrightarrow{1,2} AH^2 = BH \cdot CH$$

$$ABD : EO \parallel AB \xrightarrow{\text{ثبات}} \frac{DE}{AE} = \frac{DO}{DB} \Rightarrow \frac{9X + 4}{5X} = \frac{50}{25} \Rightarrow X = 4$$

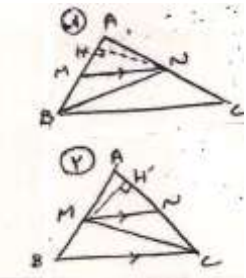
$$BDC : OF \parallel DC \xrightarrow{\text{ثبات}} \frac{BO}{OD} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{25}{50} = \frac{4Y - 5}{6Y} \Rightarrow 4Y - 5 = 3 \Rightarrow 4Y = 8 \Rightarrow Y = 2$$



در هر مثلث اگر خطی به موازات یکی از اضلاع مثلث رسم کنیم تا دو ضلع دیگر (یا امتداد آنها را) قطع کند، در ضلع پاره خط های متناسب ایجاد می شود.



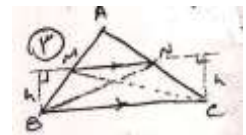
$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$



$$\frac{S_{AMN}}{S_{BMN}} = \frac{\frac{1}{2} NH \cdot AM}{\frac{1}{2} NH \cdot MB} \Rightarrow \frac{AM}{MB}$$



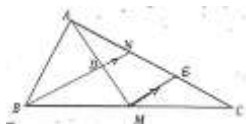
$$\frac{S_{AMN}}{S_{MNC}} = \frac{\frac{1}{2} MH' \cdot AN}{\frac{1}{2} MH' \cdot NC} = \frac{AN}{NC}$$



$$\frac{S_{MNB}}{S_{MNC}} = \frac{\frac{1}{2} h \cdot MN}{\frac{1}{2} h \cdot MN} = 1 \Rightarrow S_{MNB} = S_{MNC}$$

$$\xrightarrow{1,2,3} \frac{S_{AMN}}{S_{BMN}} = \frac{S_{AMN}}{S_{CMN}} = \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

از M به موازات BN خط خارج می کنیم تا AC را در E قطع کند.



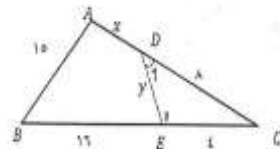
$$BNC : ME \parallel BN \xrightarrow{\text{تساوی}} \frac{CE}{EN} = \frac{CM}{MB} = 1 \Rightarrow CE = EN \quad (1), \quad \frac{ME}{BN} = \frac{1}{2} BN \quad (2)$$

$$AME : ME \parallel DN \xrightarrow{\text{تساوی}} \frac{DN}{ME} \quad (3) = \frac{AD}{AM} = \frac{AN}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow AN = NE \quad (2) \xrightarrow{1,2} AN = NE = CE \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$$

$$(3) : DN = \frac{1}{2} ME \xrightarrow{2} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} BN \right) = \frac{1}{4} BN \Rightarrow \frac{DN}{BN} = \frac{1}{4}$$

11

$$\left. \begin{array}{l} ABC : \hat{D}_1 = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زاویه}} ABC \approx DEC \Rightarrow \frac{AB}{ED} = \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC}$$

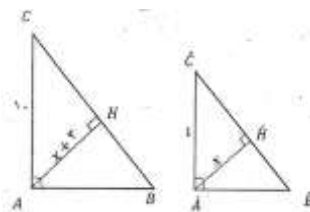


$$\frac{15}{Y} = \frac{X+8}{4} = \frac{20}{8} \Rightarrow \begin{cases} \frac{15}{Y} = \frac{5}{2} \rightarrow Y = 6 \\ \frac{X+8}{4} = \frac{5}{2} \rightarrow X = 10 - 8 = 2 \rightarrow X = 2 \end{cases}$$

12

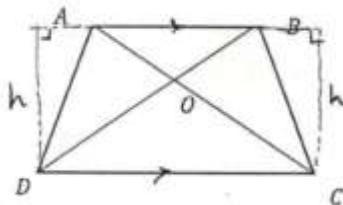
$$\left. \begin{array}{l} A'B'C', ABC : \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زاویه}} ABC \approx A'B'C' \Rightarrow \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} \Rightarrow \frac{10}{4} = \frac{X+3}{X} \Rightarrow 10 \cdot X = 4X + 12 \rightarrow X = 2$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = K = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$



13

$$S_{ABO} = \frac{1}{2} h \cdot AB = S_{ABC} - S_{AOB} \rightarrow S_{ABO} - S_{AOB} = S_{ABC} - S_{AOB} \Rightarrow S_{AOD} = S_{BOC}$$



14