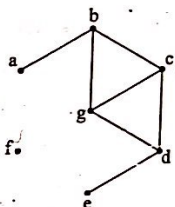


نام و نام خانوادگی :		باسمه تعالی	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۹۹/۱۰/۰۹
نام درس: ریاضیات گسسته		اداره کل آموزش و پرورش استان البرز	ساعت امتحان : ۰۸:۳۰ صبح	
نوبت و سال تحصیلی : اول ۹۹-۱۴۰۰		مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ کرج	وقت امتحان : ۸۵ دقیقه	
پایه : دوازدهم ریاضی		دبیرستان غیردولتی پژوهندگان علم (متوسطه اول)	تعداد صفحه :	صفحه :
نمره به عدد :	نمره به حروف :	نام دبیر :	امضاء	نمره تجدید نظر به عدد و حروف : امضاء

به سوالات زیر با دقت پاسخ دهید

- ۱- گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید:
(برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$)
- ۲- اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است.
- ۳- معادله همبستگی $13 \equiv 3x$ را حل و جواب عمومی آن را به دست آورید.
- ۴- اگر $a > 1$ و $a|9k + 4$ و $a|5k + 3$ ثابت کنید a عددی اول است.
- ۵- اگر اول مهرماه در یک سال روز یکشنبه باشد ۷ اسفندماه در همان سال چه روزی از هفته است؟
- ۶- به چند طریق می توان ۲۹۰۰۰ تومان را به اسکناس های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد؟
- ۷- اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $a + 2|b$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + 3)$ بر ۸ را بیابید.
- ۸- اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۷ و ۸ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a بر ۵۶ بیابید.
- ۹- اگر عددی مانند k در \mathbb{Z} باشد به طوری که $4k + 1|5$ ، ثابت کنید: $16k^2 + 28k + 6|25$
- ۱۰- گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض آن ها را رد کنید.
(الف) مربع و مکعب هر عدد فرد عددی فرد است.
(ب) میانگین پنج عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی است.
- ۱۱- باقیمانده تقسیم 3^{15} بر ۱۷ را بیابید.
- ۱۲- گراف کامل K_7 دارای ۳۶ یال است در این گراف، مرتبه گراف و $\Delta(G)$ را مشخص کنید.
- ۱۳- با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید.



- الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید.
- ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید.
- پ) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید.
- ت) آیا گراف G همبند است؟ چرا؟
- ث) یک زیرگراف تهی ۵ رأسی از گراف G رسم کنید.
- ۱۴- آیا گراف ۷ رأسی ۳-منتظم وجود دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.