

۱- درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر f صعودی و g نزولی باشد، gof قطعاً غیر یکنوا است

$$\text{ب) مقدار } \sin 15^\circ \text{ برابر } \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \text{ است}$$

پ) در تقسیم $1 - X^3 - X^2 - 2X - 1$ باقیمانده ۹ است.

ت) در توابع درجه دوم آهنگ متوسط در هر بازه با آهنگ لحظه‌ای در وسط بازه برابر است.

درست نادرست

درست نادرست

درست نادرست

درست نادرست

۱- جملات زیر را با کلمات یا عبارات مناسب کامل کنید.

الف) تابع $y = \sin x$ در دامنه $[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ در بازه‌ی نزولی است.

$$\text{ب) حاصل حد عبارت } \frac{3+\frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x}-5} \text{ وقتی که } x \rightarrow +\infty \text{ است.}$$

پ) اکسترم نسبی و مطلق تابع $\mathcal{G}(X) = -X^2$ و $X \in [-2, 3]$ به ترتیب و است

۱- گزینه مناسب را انتخاب کنید.

الف) چند تا از تساوی های روبرو درست است؟

$$\lim_{X \rightarrow \infty} \frac{[X]}{|X|} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{X \rightarrow \infty^-} \frac{X}{[X]} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{X \rightarrow \infty^-} \frac{\sin X}{X} = 1$$

(۱) صفر (۲) (۳) (۴)

ب) توابع $[x]$ و \sqrt{X} :

(۱) در صفر پیوسته هستند اما $f'(0)$ و $g'(0)$ موجود نیستند.

(۲) در صفر پیوسته نیستند بنابراین $f'(0)$ و $g'(0)$ موجود نیستند.

(۳) در صفر پیوسته هستند و $f'(0)$ و $g'(0)$ موجود هستند.

(۴) در صفر پیوسته نیستند اما $f'(0)$ و $g'(0)$ موجود هستند.

پ) صفحه‌ای محور مخروط را با زاویه‌ای غیرقائم قطع می‌کند و با مولد موازی نیست سطح مقطع پدید آمده کدام است؟

(۱) دایره (۲) بیضی (۳) سهمی (۴) هذلولی

ت) چند تا از موارد زیر، یک افزار برای مجموعه داده شده هستند؟

- اعداد طبیعی \leftarrow اعداد اول و اعداد مرکب

- اعداد طبیعی \leftarrow مضرب ۳ و مضارب ۵

(۱) صفر (۲) (۳) (۴) (۱)

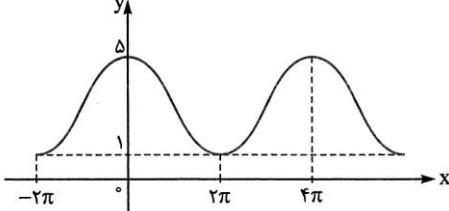
$$\text{۰/۵} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & x \geq 2 \\ x^2 + 2 & x < 2 \end{cases} \quad \text{و} \quad f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \geq -1 \\ x - 4 & x < -1 \end{cases}$$

اگر $f(g(-2))$ را بدست آورید.

«صفحه دوم ادامه سوالات»

۵- تابع $|X|Y = X^2$ در بازه‌ی $(-\infty, +\infty)$ صعودی است حداقل مقدار a را محاسبه کنید.

۶- نمودار مقابل مربوط به تابع $y = a \cos bx + c$ است. ضابطه این تابع را به دست آورید. (a, b, c) را به دست آورید.



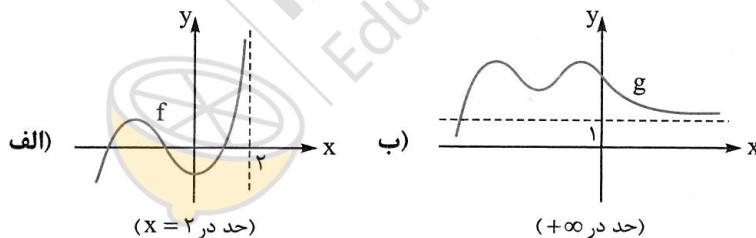
۷- حاصل حد های زیر را به دست آورید.

(الف) $\lim_{\substack{x \rightarrow 2^-}} \frac{|x-2|}{x^2 - x - 2} =$

(ب) $\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-}} \frac{1}{\cos x} =$

(ج) $\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{1}{3}^-}} \frac{\lfloor x \rfloor - 4}{|3x - 1|} = 1$

۸- برای نمودارهای زیر با توجه به خطوط عمودی و افقی رسم شده، حد بنویسید.



۹- اگر داشته باشیم $f(\sqrt{X}) = X^2 - 4X + 3$ آن گاه حاصل $f'(2)$ را به دست آورید.

۱۰- مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x=1$ بررسی کنید.

«صفحه سوم ادامه سوالات»

۱۱- مشتق توابع زیر را حساب کنید (ساده کردن لازم نیست)

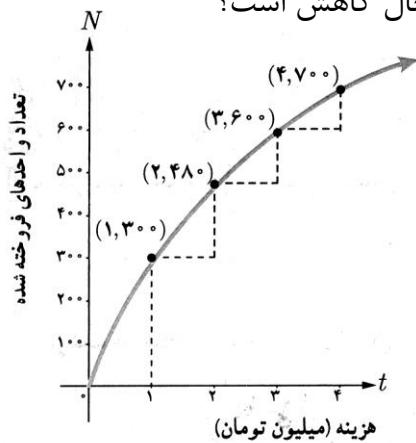
۱/۵

$$f(x) = (x^4 - 1)(x - 1)^4$$

$$g(x) = \frac{x^3 - 5x + 2}{\sqrt{2x+1}-2}$$

۱۲- نمودار روبرو نمایش میزان فروش تعداد نوعی کالا (N) پس از صرف t میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است
الف) آهنگ تغییر N بر حسب t را وقتی t از 0 تا 1 ، 1 تا 2 ، 2 تا 3 و 3 تا 4 تغییر می کند به دست آورید.

ب) به نظر شما چرا آهنگ تغییرات، وقتی که مقادیر t افزایش می یابند، در حال کاهش است؟



۱۳- برای تابع زیر ابتدا نقاط بحرانی را به دست آورید. سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

$$h(x) = -x^3 + 3x + 2$$



۱۴- اگر نقطه (۱ و ۲) نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد مقادیر b و d را به دست آورید

۱۵- می خواهیم یک قوطی فلزی استوانه ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً یک لیتر باشد. ابعاد قوطی چه قدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟

«صفحه چهارم ادامه سوالات»

<p>۱/۵</p>	<p>۱۶- خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$، مرکز آن (۱-۴) و طول قطر کوچک این لوزی ۶ واحد است.</p> <p>الف) طول قطر کانونی و فاصله‌ی کانونی آن را محاسبه کنید.</p> <p>ب) مختصات نقاط دو سر قطر کوچک و قطر بزرگ و کانون‌های بیضی را پیدا کنید.</p>
<p>۱/۲۵</p>	<p>۱۷- معادله گستردگی دایره به شکل $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 10 = C$ است. مختصات مرکز و اندازه شعاع آن را پیدا کنید و معادله آن را به شکل استاندارد بنویسید.</p>
<p>۱</p>	<p>۱۸- معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن (۴ و ۰) و بر خط $3x - 5y = 4$ مماس باشد.</p>
<p>۲</p>	<p>۱۹- در یک جعبه ۴ ساعت دیواری از نوع A، ۳ تا از نوع B و ۱۴ تا از نوع C وجود دارد و احتمال این که عمر آن‌ها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع A، $\frac{1}{5}$ برای نوع B، $\frac{3}{10}$ و برای نوع C است. به تصادف یک ساعت از کارت بیرون می‌آوریم با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ۱۰ سال است.</p>
<p>موفق باشید- محمد عربی جمع بارم : ۲۰ نمره</p>	