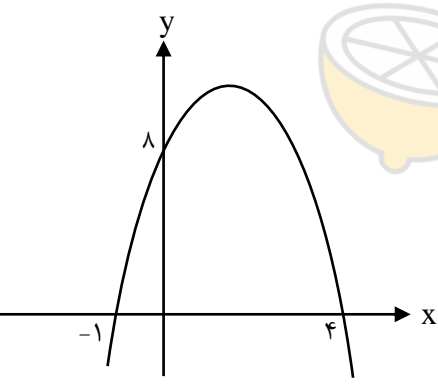
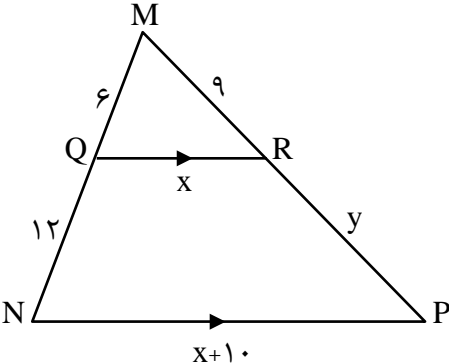
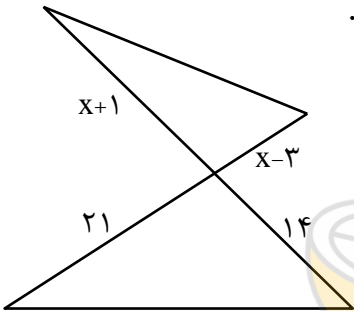


نام و نام خانوادگی: .....  
مقطع و رشته: یازدهم تجربی  
نام پدر: .....  
شماره داوطلب: .....  
تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران  
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین  
آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: ریاضی (۲)  
نام دبیر: بیتا سعیدی  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۹  
ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح / عصر  
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نمره به عدد:		نمره به حروف:		نمره به عدد:		نمره به حروف:	
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	
محل مهر و امضاء مدیر							
ردیف	سؤالات						بارم
۱	مثث ABC به رأس‌های $A\left \begin{smallmatrix} -1 \\ 7 \end{smallmatrix}\right $ ، $B\left \begin{smallmatrix} -6 \\ -2 \end{smallmatrix}\right $ و $C\left \begin{smallmatrix} 3 \\ 3 \end{smallmatrix}\right $ مفروض است. به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) طول ارتفاع AH چقدر است؟ ب) مساحت مثث ABC را به دست آورید. پ) طول میانه BM را بنویسید.						۲
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. نقاط $A(1,2)$ و $B(-3,3)$ دو سر قطر یک دایره اند. محیط دایره برابر است با .....						۱
۳	معادله درجه سوم بنویسید که ریشه‌های آن، مکعب ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 3 = 0$ باشند.						۱
۴	معادله سهمی زیر را بنویسید. 						۱
۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. اگر $x = 2$ صفر تابع $f(x) = x^3 - kx^2 + 8$ باشد، آن‌گاه مقدار k برابر با ..... است.						۱
۶	معادلات زیر را حل کنید. $(x^2 - 1)^4 + (x^2 - 1)^2 - 2 = 0$						۱
صفحه ی ۱ از ۳							

۷	معادله زیر را حل کنید.	۱	$\frac{5}{x} - \frac{4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$
۸	معادله زیر را حل کنید.	۱	$\sqrt{2x+6} + 1 = x$
هندسه			
۹	در هر شکل، مقادیر مجهول را بیابید. (الف)	۱/۵	
۱۰	در شکل زیر، دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت‌های دو مثلث را بیابید.	۱/۵	
۱۱	در مثلث قائم‌الزاویه $ABC$ ( $A = 90^\circ$ )، ارتفاع $AH$ را رسم کرده‌ایم و داریم: $BH = 4$ و $CH = 8$ . اندازه ضلع $AC$ را به دست آورید.	۱	
حسابان			
۱۲	برابری توابع زیر را بررسی کنید:	۱	$f(x) = \sqrt{x^2(x-5)}, \quad g(x) =  x \sqrt{x-5}$
۱۳	تابع با ضابطه $f(x) = x + [x]$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید.	۱/۵	
صفحه ی ۲ از ۳			

۱	نمودار تابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص کنید.	۱۴
	$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x < 0 \\ -\sqrt{x+2} & ; x \geq 0 \end{cases}$	
۱	ضابطه وارون تابع $f(x) = \sqrt{2x+3}$ را به دست آورید.	۱۵
۱	اگر $f(x) = 3x + 5$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ ، دامنه و ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.	۱۶
۱/۵	<p>اگر <math>f = \left\{ (0, 2), (1, -1), \left( 3, -\frac{1}{4} \right), (-2, 3), (-1, 0) \right\}</math> و <math>g = \left\{ (2, \sqrt{2}), (-1, 2), \left( \frac{1}{4}, 3 \right), \left( 1, \frac{3}{2} \right) \right\}</math> باشند:</p> <p>الف) تابع <math>2f - g</math> را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.</p> <p>ب) مقدار <math>\left( \frac{f}{g} \right)(1)</math> را محاسبه کنید.</p>	۱۷
صفحه ی ۳ از ۳		

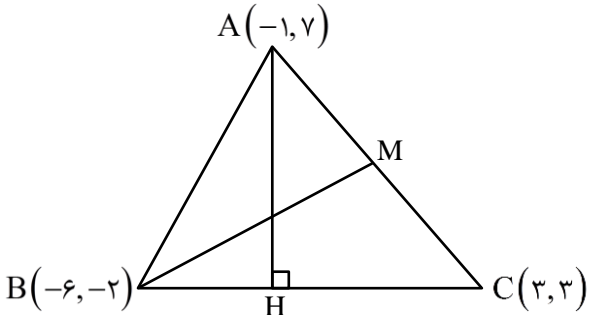
جمع بارم : ۲۰ نمره



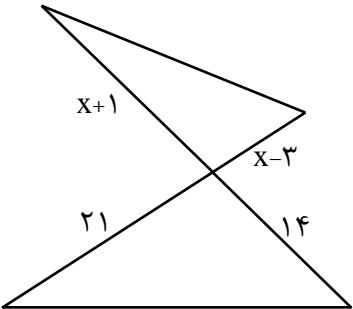
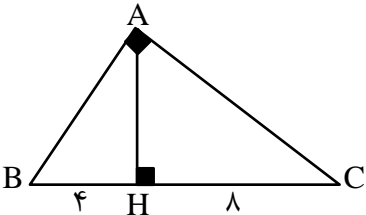


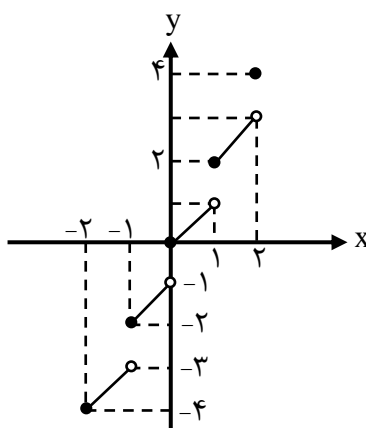
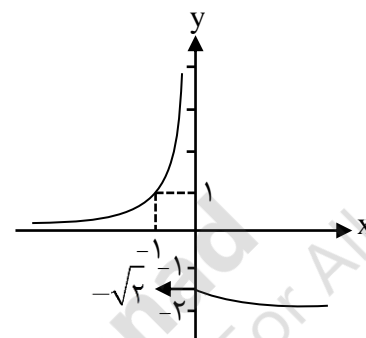
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران  
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین  
**کلید** سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: ریاضی (۲)  
نام دبیر: بیتا سعیدی  
تاریخ امتحان: ۹/ ۱۳۹۹/۱۰  
ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح / عصر  
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید.  $m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{-2 - 3}{-6 - 3} = \frac{5}{9} \Rightarrow y - 3 = \frac{5}{9}(x - 3)$ $\Rightarrow 9y - 27 = 5x - 15 \Rightarrow 5x - 9y + 12 = 0 : BC \text{ معادله}$ $AH = \frac{ \frac{5}{9}(-1) - 9 \times 7 + 12 }{\sqrt{25 + 81}} = \frac{ -\frac{5}{9} - 63 + 12 }{\sqrt{106}} = \frac{56}{\sqrt{106}}$ (ب) $BC = \sqrt{(-6 - 3)^2 + (-2 - 3)^2} = \sqrt{81 + 25} = \sqrt{106}$ $\Rightarrow S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times \frac{56}{\sqrt{106}} \times \sqrt{106} = 28$ (پ) $x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1, \quad y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{7 + 3}{2} = 5$ $\Rightarrow M(1, 5) \Rightarrow BM = \sqrt{(-6 - 1)^2 + (-2 - 5)^2} = \sqrt{49 + 49} = 7\sqrt{2}$	
۲	طول AB را محاسبه می کنیم: $AB = \sqrt{(1 + 3)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{17} \Rightarrow P = \pi \times AB$ $\Rightarrow P = \pi\sqrt{17} \text{ محیط دایره}$	

<p>ریشه‌های معادله اولیه را <math>\alpha</math> و <math>\beta</math> می‌گیریم و داریم:</p> $\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 6 \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = 3 \end{cases}$ <p>می‌خواهیم معادله‌ای بنویسیم که ریشه‌هایش، <math>\alpha^3</math> و <math>\beta^3</math> باشند. مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های جدید را حساب می‌کنیم:</p> $S_{\text{جدید}} = \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 6^3 - 3(3)(6) = 216 - 54 = 162$ $P_{\text{جدید}} \alpha^3 \beta^3 = (\alpha\beta)^3 = 3^3 = 27$ <p>با جایگذاری <math>S</math> و <math>P</math> در معادله <math>x^2 - Sx + P = 0</math>، معادله جدید به صورت <math>x^2 - 162x + 27 = 0</math> در می‌آید.</p>	۳
<p>معادله سهمی با ریشه‌های <math>\alpha</math> و <math>\beta</math> به صورت <math>y = a(x - \alpha)(x - \beta)</math> است. طبق نمودار <math>\alpha = -1</math> و <math>\beta = 4</math> است، پس:</p> $y = a(x + 1)(x - 4)$ <p>نقطه <math>(0, 8)</math> روی سهمی است، پس داریم:</p> $8 = a(1)(-4) \Rightarrow a = -2$ <p>بنابراین:</p> $y = -2(x + 1)(x - 4) \quad \text{یا} \quad y = -2x^2 + 6x + 8$	۴
$f(2) = 0 \Rightarrow 8 - 4k + 8 = 0 \Rightarrow k = 4$	۵
$(x^2 - 1)^2 = t \quad (0/25) \quad t^2 + t - 2 = 0 \quad (0/25)$ $\Rightarrow \begin{cases} (x^2 - 1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \quad (0/25) \\ x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (0/25) \end{cases} \\ (x^2 - 1)^2 = -2 \quad (0/25) \text{ جواب ندارد} \end{cases}$	۶

$\frac{5(x-2)-4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2} \Rightarrow 5x-14 = x^2-4x$ $\Rightarrow x^2-9x+14=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=7 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$	۷
$\sqrt{2x+6} = x-1 \Rightarrow 2x+6 = x^2-2x+1$ $\Rightarrow x^2-4x-5=0 \Rightarrow x=-1 \text{ یا } 5$ <p style="text-align: right;">فقط <math>x=5</math> قابل قبول است.</p>	۸
هندسه	
<p style="text-align: right;">(الف)</p> $QR \square NP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MQ}{QN} = \frac{MR}{RP} \Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{9}{y} \Rightarrow y=18$ $QR \square NP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{QM}{MN} = \frac{QR}{NP} \Rightarrow \frac{6}{18} = \frac{x}{x+10} \Rightarrow x+10=3x \Rightarrow x=5$	۹
<p>چون دو مثلث متشابه‌اند، نسبت ضلع‌های کوچک‌تر آن‌ها، برابر است با نسبت ضلع‌های بزرگ‌تر آن‌ها و داریم:</p>  $\frac{x-3}{14} = \frac{x+1}{21} \Rightarrow \frac{x-3}{2} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow 3x-9=2x+2 \Rightarrow x=11$ $\Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{x-3}{14} = \frac{11-3}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$ $\Rightarrow \text{نسبت مساحت‌ها} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$	۱۰
 $AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow AC^2 = 8 \times 12 \Rightarrow AC = 4\sqrt{6}$	۱۱
حسابان	
$f(x) = \sqrt{x^2(x-5)} \Rightarrow x^2(x-5) \geq 0 \Rightarrow D_f = [5, +\infty) \cup \{0\}$ $g(x) =  x \sqrt{x-5} \Rightarrow (x-5) \geq 0 \Rightarrow D_g = [5, +\infty)$ <p style="text-align: right;"><math>D_f \neq D_g</math>، پس این دو تابع برابر نیستند.</p>	۱۲

$-2 \leq x < -1 \Rightarrow f(x) = x - 2 \Rightarrow \text{نقاط: } (-2, -4), (-1, -3)$ $-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = x - 1 \Rightarrow \text{نقاط: } (-1, -2), (0, -1)$ $0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = x \Rightarrow \text{نقاط: } (0, 0), (1, 1)$ $1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = x + 1 \Rightarrow \text{نقاط: } (1, 2), (2, 3)$ $x = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2 \Rightarrow \text{نقطه: } A(2, 4)$		۱۳
$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x < 0 \\ -\sqrt{x+2} & ; x \geq 0 \end{cases}$		۱۴
$D_f = \emptyset, R_f = (-\infty, -\sqrt{2}] \cup (0, +\infty)$		۱۵
$y = \sqrt{2x+3} \Rightarrow 2x = y^2 - 3 \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{y^2 - 3}{2} \quad (0/25) \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2} \quad (0/25)$		۱۶
$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3x+5}{\frac{x}{x^2-4}} = \frac{(x^2-4)(3x+5)}{x} \quad (0/5)$		۱۷
$2f - g = \left\{ \left(1, -\frac{7}{2}\right), (-1, -2) \right\} \quad (0/5)$	الف	
$\left(\frac{f}{g}\right)(1) = -\frac{2}{3} \quad (0/5)$	ب	
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح :	جمع بارم : ۲۰ شماره