

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دهم (ریاضی)
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

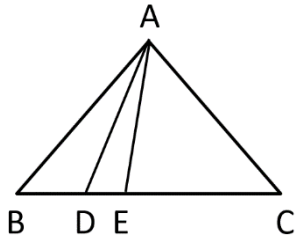
جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: هندسه
 نام دبیر: مرجان یغمایی
 تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۰۰ : ۰۸ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
۱	سؤالات	۱	به طور کامل توضیح دهید که چگونه می توان مثلثی به طول اضلاع 4 و 5 و 6 واحد رسم نمود.	
۱/۵	۲	پاره خط AB به طول 10 مفروض است. مطلوب است: الف) چند نقطه در صفحه وجود دارند که از A به فاصله ی 7 و از B به فاصله ی 2 باشند. ب) چند نقطه در صفحه وجود دارند که از A به فاصله ی 3 و از B به فاصله ی 7 باشند. ج) چند نقطه در صفحه وجود دارند که از A به فاصله ی 5 و از B به فاصله ی 6 باشند.		
۱	۳	ثابت کنید که اگر نقطه ای روی نیمساز زاویه قرار داشته باشد، آن گاه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.		
صفحه ی ۱ از ۴				

۱	متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن 4 و 6 باشد. (راه حل کامل نوشته شود).	۴
۱	ثابت کنید که سه عمودمنصف هر ضلع مثلث هم‌رس‌اند.	۵
۱/۵	ثابت کنید که نیم‌ساز هر زاویه داخلی مثلث با نیم‌سازهای دو زاویه خارجی دیگر هم‌رس‌اند.	۶
۰/۵	<p>گزاره‌ی "3 عددی فرد است و 30 مضرب 6 است." را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) گزاره‌ی فوق چه نوع گزاره‌ای می‌باشد؟</p> <p>ب) نقیض گزاره‌ی فوق را بنویسید.</p>	۷
۱/۵	<p><u>مثال نقض را تعریف کنید و سپس برای هر یک از گزاره‌های زیر یک مثال نقض بیاورید.</u></p> <p>الف) در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه، از چهاربرابر اندازه کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.</p> <p>ب) مربع هر عدد طبیعی از خود آن عدد بزرگ‌تر است.</p>	۸

در شکل مقابل مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت‌های $\frac{BC}{DE}$ و $\frac{DE}{BD}$ را بدست آورید.



۱/۵

۹

عدد x میانگین هندسی دو عدد y و 8 است. اگر عدد 4 نیز میانگین هندسی x و 4 باشد، مقدار $x^2 + y^2$ را بدست آورید.

۱

۱۰

الف) ثابت کنید در هر مثلث نسبت هر دو ضلع دلخواه با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع برابر است.

۱/۵

۱۱

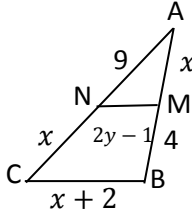
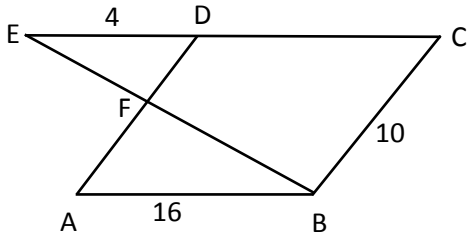
ب) ثابت کنید در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع‌های وارد بر ساق‌ها برابرند.



قضیه‌ی تالس را بیان و اثبات نمائید.

۱/۵

۱۲

۱/۵	<p>در شکل مقابل $MN \parallel BC$، مقادیر x و y را بدست آورید.</p> 	۱۳
۱/۵	<p>همه زاویه‌های مثلث ABC، حاده‌اند. مساحت آن 20 است و $AB=7$ و $AC=10$. طول ضلع BC را بدست آورید.</p>	۱۴
۱/۵	<p>اندازه محیط‌های دو مثلث متشابه به ترتیب 10 و 18 واحد است. اگر مساحت مثلث 15 واحد سطح باشد، مساحت مثلث بزرگ‌تر چند واحد سطح است؟</p>	۱۵
۱	<p>در شکل روبرو ABCD متوازی‌الاضلاع است و $\widehat{ABC} = 120^\circ$ و $AB=16$ و $BC=10$ و $DE=4$. طول پاره‌خط DF را بدست آورید.</p> 	۱۶

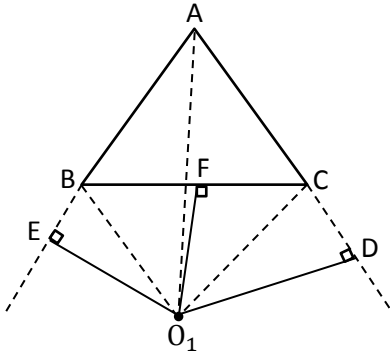


اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت
کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۹۸-۹۷

نام درس: هندسه دهم
نام دبیر: مرجان یغمایی
تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۷
ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	ابتدا با خط کش یک پاره خط به طول $6cm$ رسم می کنیم. سپس از دو سر پاره خط یک کمان به شعاع 4 و یک کمان به شعاع 5 رسم می کنیم.	
۲	الف) چنین نقطه‌ای وجود ندارد. $7 + 2 < 10$ ب) یک نقطه. $3 + 7 = 10$ ج) دو نقطه. $5 + 6 > 10$	
۳	حکم: $AH = AH'$ فرض: $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$ $\begin{cases} OA = OA \\ \widehat{H} = \widehat{H'} = 90^\circ \\ \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه حاده}} \Delta AOH \cong \Delta AOH' \Rightarrow AH = AH'$	
۴	می دانیم در متوازی الاضلاع قطر ها یکدیگر را نصف می کنند. ابتدا پاره خط AB به طول 4 را رسم می کنیم و وسط پاره خط AB را M می نامیم. به مرکز M و شعاع $\frac{6}{2} = 3$ دایره ای رسم می کنیم. سپس یکی از قطرهای دلخواه دایره را رسم می کنیم.	
۵	مثلث دلخواه ABC را در نظر می گیریم. چون پاره خط های AB و AC متقاطع اند، سپس عمود منصف های آن ها نیز در نقطه ای مانند O متقاطع اند. AB روی عمود منصف BC قرار دارد $\Rightarrow OB = OC$ AC روی عمود منصف AB قرار دارد $\Rightarrow OA = OB$ AC روی عمود منصف BC قرار دارد $\Rightarrow OB = OC$ AB روی عمود منصف AC قرار دارد $\Rightarrow OA = OC$ بنابراین O محل برخورد عمود منصف های اضلاع مثلث ABC است.	

نیمسازهای زوایای خارجی B و C در مثلث ABC را رسم می‌کنیم. نقطه‌ی تلاقی آن‌ها را \widehat{O}_1 می‌نامیم. از \widehat{O}_1 بر ضلع BC و امتداد ضلع‌های AC و AB عمود رسم می‌کنیم. داریم:



$$\widehat{O}_1 \Rightarrow O_1D = O_1F \Rightarrow O_1E = O_1D$$

$$\widehat{O}_1 \Rightarrow O_1F = O_1E$$

یعنی نقطه‌ی O_1 از دو ضلع زاویه‌ی \widehat{A} به یک فاصله است یعنی روی نیمساز زاویه‌ی A قرار دارد. پس O_1 نقطه‌ی همرسی مورد نظر است.

۶

الف) گزاره مرکب.

ب) 3 عددی فرد نیست یا 30 مضرب 6 نیست.

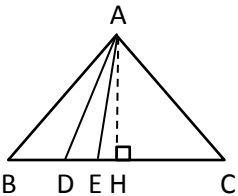
۷

مثالی که نشان می‌دهد یک حکم کلی یا یک حدس کلی نادرست است.

الف) در مثلثی با زوایای 10 و 80 و 90 داریم: $90 > 4 \times 10$

ب) $1^2 = 1 \neq 1$

۸



$$S_{ACE} = S_{ADE} \Rightarrow \frac{1}{2} AH \times CE = 3 \times \frac{1}{2} AH \times DE \rightarrow CE = 3DE$$

$$S_{ACE} = 2S_{ABD} \rightarrow \frac{1}{2} AH \times CE = 2 \times \frac{1}{2} AH \times BD \rightarrow CE = 2BD$$

اگر $DE = x$ سپس $BD = \frac{3}{2}x$ و $CE = 3x$ و $\frac{DE}{BD} = \frac{x}{\frac{3}{2}x} = \frac{2}{3}$

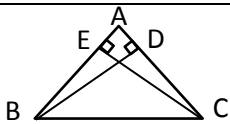
$$\frac{BC}{DE} = \frac{BD + DE + EC}{DE} = \frac{\frac{3}{2}x + x + 3x}{x} = \frac{11}{2}x = \frac{11}{2}$$

۹

$$x^2 = 8y \quad 4^2 = 4x \Rightarrow x = 4$$

پس $y = 2$. لذا $x^2 + y^2 = 4^2 + 2^2 = 20$

۱۰



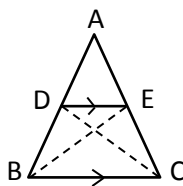
الف) مثلث ABC را با ارتفاع‌های BD و CE در نظر می‌گیریم. داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CE \cdot AB = \frac{1}{2} BD \cdot AC \Rightarrow \frac{CE}{BD} = \frac{AC}{AB}$$

ب) در مثلث متساوی‌الساقین چون $AB=AC$. سپس طبق الف) $\frac{CE}{BD} = 1$ لذا $CE = BD$.

۱۱

صورت قضیه: اگر خط راستی که موازی یکی از ضلع‌های مثلث است دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، روی این دو ضلع چهار پاره‌خط جدا می‌کند که اندازه‌های آن‌ها متناسب‌اند.



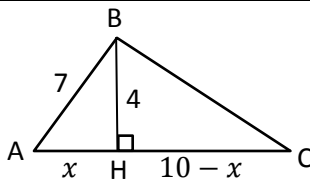

$$BC \parallel DE \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

اثبات: از D به C و از E به B وصل می‌کنیم. $\frac{S_{DEA}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC}$ و $\frac{S_{EDA}}{S_{EDB}} = \frac{AD}{DB}$

لذا طبق اینکه $DE \parallel BC$ و دو مثلث EDA و BDE در رأس E مشترک و قاعده‌های روبرو به آن روی یک امتدادند، پس

دو طرف سمت چپ تساوی‌های فوق برابرند. لذا $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$.

۱۲

	<p>طبق تالس $\frac{9}{x} = \frac{x}{4} \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = 6 \rightarrow BC = 8$ و $AM = 6$</p> <p>$\frac{6}{10} = \frac{2y-1}{8} \rightarrow 48 = 20y - 10 \rightarrow 58 = 20y \rightarrow y = \frac{58}{20}$</p>	۱۳
	<p>$20 = S_{ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC \rightarrow BH = 4$</p> <p>$(\Delta ABH): x^2 = 7^2 - 4^2 \rightarrow x = \sqrt{33}$</p> <p>$\Delta BHC: 4^2 + (10 - \sqrt{33})^2 = BC^2 \rightarrow BC = \sqrt{149 - 20\sqrt{33}}$</p>	۱۴
<p>$\frac{P}{P'} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \rightarrow k = \frac{5}{9}$</p> <p>$\frac{S}{S'} = k^2 \rightarrow \frac{15}{S'} = \frac{25}{81} \Rightarrow S' = 48/6$</p>		۱۵
<p>قضیه اساسی تشابه $FD \parallel BC \rightarrow \Delta FDE \sim \Delta BCE$</p> <p>$\frac{FD}{BC} = \frac{DE}{CE} \Rightarrow \frac{FD}{10} = \frac{4}{16+4} \rightarrow FD = 2$</p>		۱۶
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح : مرجان یغمایی	جمع بارم : ۲۰۰نمره