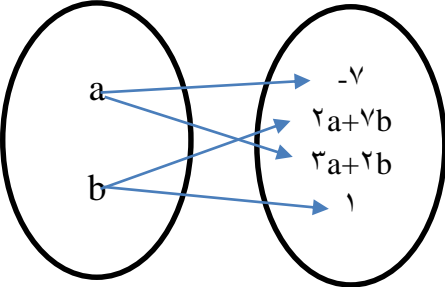
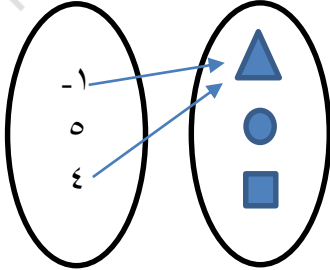


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۳۹۹-۰۰

نام درس: حسابان ۲
 نام دبیر: سید وحید امیرکیانی
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۰۹
 ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:

نمره	سؤالات	نوع										
۱,۵	<p>اگر نمودار مقابل یک تابع باشد a و b را به دست آورید.</p> 	۱										
۱,۷۵	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) نمودار</p>  <p>تابع زیرا ب) ضابطه $y^2 - y = x$ تابع زیرا ج) جدول تابع</p> <table border="1" data-bbox="703 1442 1241 1559"> <tr> <td>x</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۵</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۴</td> <td>۵</td> </tr> </table> <p>زیرا د) اگر تابع $f(x) = [x + 2]$ باشد حاصل $f(\sqrt{5} - 2)$ برابر است با</p>	x	۱	۲	۵	۲	y	۳	۴	۴	۵	۲
x	۱	۲	۵	۲								
y	۳	۴	۴	۵								
۱	<p>مقادیر a و b را چنان بیابید که مجموعه ی $g = \{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$ یک تابع باشد.</p>	۳										
۲	<p>اگر تابع $f(x) = \frac{2ax^3 - 4bx^2}{3x^2 + 2x}$ یک تابع همانی باشد (a, b) را به دست آورید.</p>	۴										

۲	<p>دو تابع $f(x) = \frac{x-1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ داده شده اند.</p> <p>الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف محاسبه کنید.</p> <p>ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را تشکیل دهید.</p> <p>ج) حاصل عبارت $(\frac{f}{g})(5)$ را محاسبه کنید.</p>	۵
۱,۲۵	<p>آیا توابع روبه‌رو با هم مساویند؟ چرا؟</p> $f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-2} \quad g(x) = \sqrt{x(x-2)}$	۶
۲	<p>اگر $f = \left\{ (0, 2), (1, -1), \left(3, -\frac{1}{4} \right), (-2, 3), (-1, 0) \right\}$ و $g = \left\{ (2, \sqrt{2}), (-1, 2), \left(\frac{1}{4}, 3 \right), \left(1, \frac{3}{4} \right) \right\}$ باشند.</p> <p>الف) تابع $2f - g$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.</p> <p>ب) تابع $g \circ f$ را به دست آورید.</p> <p>ج) مقدار $(\frac{f}{g})(1)$ را محاسبه کنید.</p>	۷
۱,۵	<p>در تابع خطی $f(x) = ax + b$، مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که نمودار تابع، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند و از نقطه‌ی $(-4, 6)$ بگذرد.</p>	۸
۲	<p>اگر $f(x) = x + a$، $g(x) = x^2 + bx$ باشد، a و b را طوری تعیین کنید که داشته باشیم:</p> $(f \circ g)(x) = x^2 + 4x + 1$	۹
۲	<p>توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = 3x + 2$ و $g(x) = x^2 + 1$ مفروض‌اند. مقدار x را چنان بیابید که داشته باشیم:</p> $(f \circ g)(x) = 80$	۱۰
۱,۵	<p>وارون‌پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وارون‌پذیر بودن تابع، ضابطه‌ی وارون آن را به دست آورید.</p> $f(x) = \sqrt{x+3} - 5$	۱۱
۱,۵	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \geq 1 \\ x^2 & x < 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) نمودار تابع f را رسم کنید.</p> <p>ب) حاصل $f(f(-1))$ را به دست آورید.</p>	۱۲



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد

کلید سؤالات نوبت اول سال تمصیلی ۱۳۹۹-۰۰

نام درس: حسابان ۲
نام دبیر: سید وحید امیرکیانی
تاریخ امتحان: ۰۹ / ۱۰ / ۱۳۹۹
ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۷۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر										
۱	$2a + 7b = 1$ $3a + 2b = -7$ <p>دستگاه فوق را حل می کنیم: $a = -3, b = 1$</p>											
۲	<p>الف) تابع نیست زیرا عضو ۵ از مجموعه اول تعریف نشده است. ب) تابع نیست زیرا به ازای $x = 0$ بیش از یک مقدار برای y وجود دارد. ج) تابع نیست زیرا برای $x = 2$ دو مقدار ۴ و ۵ برای y وجود دارد. د) $f(\sqrt{5} - 2) = [\sqrt{5} - 2 + 2] = [\sqrt{5}] = 2$</p>											
۳	$a = 1$ $b + 3 = 3 \Rightarrow b = 0$											
۴	$\frac{2ax^2 - 4bx^2}{2x^2 + 2x} = x \rightarrow 2ax^2 - 4bx^2 = 3x^2 + 2x^2 \rightarrow$ $2a = 3 \rightarrow a = 1.5$ $-4b = 2 \rightarrow b = -0.5$ <p>(۱.۵, -۰.۵)</p>											
۵	<p>الف) $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ (۰/۲۵), $D_g = [1, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_{f \circ g} = \{x \in D_f \mid g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵) \Rightarrow $D_{f \circ g} = \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R} - \{0\}\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_{f \circ g} = (1, +\infty)$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $(f \circ g)(x) = f(\sqrt{x-1}) = \frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x-1}}$ (۰/۵)</p> <p>ج) $\frac{f(g(5))}{g(5)} = \frac{2 \times \frac{4}{5}}{2} = \frac{4}{5}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>											
۶	<p>اشتراک</p> $f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-2} \Rightarrow D_f: \begin{cases} x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 2 \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f: x \geq 2 \Rightarrow [2, +\infty)$ $g(x) = \sqrt{x(x-2)} \Rightarrow D_g = x(x-2) \geq 0 \quad D_g = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ <p>چون $D_f \neq D_g$ لذا دو تابع f و g با هم مساوی نیستند.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">x</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">-∞</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">2</td> <td style="padding: 0 10px;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">x(x-2) ≥ 0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;">-</td> <td style="padding: 0 10px;">+</td> </tr> </table>	x	-∞	0	2	+∞	x(x-2) ≥ 0	+	-	-	+	
x	-∞	0	2	+∞								
x(x-2) ≥ 0	+	-	-	+								

<p>الف) $2f - g = \left\{ \left(1, -\frac{7}{2} \right), (-1, -2) \right\}$</p> <p>ب) $g \circ f = \left\{ \left(0, \sqrt{2} \right), (1, 2) \right\}$</p> <p>ج) $\left(\frac{f}{g} \right)(1) = -\frac{2}{3}$</p>	۷
<p>$(0, 2) \rightarrow 2 = a \times 0 + b \rightarrow b = 2$ $6 = -2a + 2 \rightarrow a = -\frac{2}{4}$</p>	۸
<p>$(f \circ g)(x) = x^2 + bx + a$</p> <p>$x^2 + bx + a = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow a = 1, b = 4$</p>	۹
<p>$f(x) = 3x + 2$ $(f \circ g)(x) = 3(x^2 + 1) + 2 = 3x^2 + 5$</p> <p>$g(x) = x^2 + 1$</p> <p>$(f \circ g)(x) = 80 \Rightarrow 3x^2 + 5 = 80 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$</p>	۱۰
<p>$D_f = x \geq -3$</p> <p>$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sqrt{x_1 + 3} - 5 = \sqrt{x_2 + 3} - 5 \Rightarrow \sqrt{x_1 + 3} = \sqrt{x_2 + 3} \Rightarrow x_1 = x_2$</p> <p>یک به یک است (۰/۷۵)</p> <p>$y = \sqrt{x + 3} - 5 \Rightarrow y + 5 = \sqrt{x + 3} \xrightarrow{y \geq -5} (y + 5)^2 = x + 3$</p> <p>$\Rightarrow (y + 5)^2 - 3 = x, y \geq -5 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x + 5)^2 - 3, x \geq -5$ (۰/۷۵)</p>	۱۱
<div style="text-align: center;"> </div> <p>رسم سهمی</p> <p>رسم خط</p> <p>$f(-1) = 1 \Rightarrow f(f(1)) = f(-1) = 3$</p>	۱۲
<p>نام و نام خانوادگی مصحح: امضاء:</p>	<p>جمع باره: ۲۰ نمره</p>