

نام درس: حسابان ۱
نام دبیر: سید وحید امیرکیانی
تاریخ امتحان: ۰۹ / ۱۰ / ۱۳۹۹
ساعت امتحان: ۰۰ : ۸ صبح / عصر
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام و نام فانوادگی:
مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سوال: ۲ صفحه

ردیف	محل مهر و امضاء مدیر	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:									
		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:								
۱,۵				اگر نمودار مقابل یک تابع باشد a و b را به دست آورید.	۱								
۱,۷۵				<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>تابع زیرا</p> <p>الف) نمودار</p>	۲								
		<p>ب) ضابطه $x = y^3 - y$ تابع زیرا</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۰</td><td>۲</td></tr> <tr> <td>y</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۴</td><td>۵</td></tr> </table> <p>ج) جدول تابع</p> <p>.....</p> <p>د) اگر تابع $f(x) = [x + 2] (\sqrt{5} - 2)$ باشد حاصل $f(\sqrt{5})$ برابر است با</p>	x	۱	۲	۰	۲	y	۳	۴	۴	۵	
x	۱	۲	۰	۲									
y	۳	۴	۴	۵									
۱		مقادیر a و b را چنان بباید که مجموعه $\{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$ یک تابع باشد.		۳									
۲		اگر تابع $f(x) = \frac{2ax^3 - 4bx^2}{3x^2 + 2x}$ یک تابع همانی باشد (a, b) را به دست آورید.		۴									

۲	<p>دو تابع $g(x) = \sqrt{x-1}$ و $f(x) = \frac{x-1}{x}$ داده شده اند.</p> <p>الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف محاسبه کنید.</p> <p>ب) ضابطه تابع fog را تشکیل دهید.</p> <p>ج) حاصل عبارت $\left(\frac{2f}{g}\right)(5)$ را محاسبه کنید.</p>	۵
۱,۲۵	$f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-2}$ $g(x) = \sqrt{x(x-2)}$	۶
۲	<p>اگر $\left\{ (2, \sqrt{2}), (-1, 2), \left(\frac{1}{4}, 3\right), \left(1, \frac{3}{2}\right) \right\}$ و $f = \left\{ (0, 2), (1, -1), \left(3, -\frac{1}{4}\right), (-2, 3), (-1, 0) \right\}$ باشند.</p> <p>الف) تابع $2f - g$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.</p> <p>ب) تابع gof را به دست آورید.</p> <p>ج) مقدار $\left(\frac{f}{g}\right)(1)$ را محاسبه کنید.</p>	۷
۱,۵	<p>در تابع خطی $f(x) = ax + b$، مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که نمودار تابع، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{2}$ قطع کند و از نقطه‌ای $(-4, 6)$ بگذرد.</p>	۸
۲	<p>اگر $g(x) = x^2 + bx$، $f(x) = x + a$ باشد، a و b را طوری تعیین کنید که داشته باشیم:</p> $(fog)(x) = x^2 + 4x + 1$	۹
۲	<p>تابع f و g با ضابطه‌های 2 و 1 مفروض‌اند. مقدار x را چنان بیابید که داشته باشیم:</p> $(fog)(x) = 8$	۱۰
۱,۵	<p>وارون‌پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وارون‌پذیر بودن تابع، ضابطه‌ی وارون آن را به دست آورید.</p> $f(x) = \sqrt{x+3} - 5$	۱۱
۱,۵	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 1 \\ x & x < 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) نمودار تابع f رارسم کنید.</p> <p>ب) حاصل $f(f(-1))$ را به دست آورید.</p>	۱۲
<p>صفحه‌ی ۲ از ۲</p>		



کلید سوالات نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۹

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر																
۱	$2a+7b=1$ $3a+2b=-7$ $a=-3, b=1$ دستگاه فوق را حل می کنیم: الف) تابع نیست زیرا عضو ۵ از مجموعه اول تعریف نشده است. ب) تابع نیست زیرا به ازای $x=0$ بیش از یک مقدار برای ۷ وجود دارد. ج) تابع نیست زیرا برای $x=2$ دو مقدار ۴ و ۵ برای ۷ وجود دارد. (۵) $f(\sqrt{5}-2) = [\sqrt{5}-2+2] = [\sqrt{5}] = 2$																	
۲	$a = 1$ $b + 3 = -3 \Rightarrow b = -6$																	
۴	$\frac{2ax^3 - 4bx^1}{3x^1 + 2x} = x \rightarrow 2ax^3 - 4bx^1 = 3x^1 + 2x^1 \rightarrow$ $2a = 3 \rightarrow a = 1.5$ $-4b = 2 \rightarrow b = -0.5$ $(1.5, -0.5)$																	
۵	الف) $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ (۰/۲۵) , $D_g = [1, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_{fog} = \{x \in D_f \mid g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵) \Rightarrow $D_{fog} = \left\{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R} - \{0\}\right\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_{fog} = (1, +\infty)$ (۰/۲۵) ب) $(fog)(x) = f(\sqrt{x-1}) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}$ (۰/۵) ج) $\frac{2f(5)}{g(5)} = \frac{2 \times \frac{4}{5}}{2} = \frac{4}{5}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)																	
۶	$f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-2} \Rightarrow D_f: \begin{cases} x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 2 \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f: x \geq 2 \Rightarrow [2, +\infty)$ $g(x) = \sqrt{x(x-2)} \Rightarrow D_g = x(x-2) \geq 0 \quad D_g = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">x</td> <td style="border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; width: 10px;"></td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">-∞</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">+</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">2</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">-</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">+</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">$x(x-2) \geq 0$</td> <td style="border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; width: 10px;"></td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">+</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">+</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">-</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">+</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">+</td> <td></td> </tr> </table> <p>چون $D_f \neq D_g$ لذا دوتابع g و f با هم مساوی نیستند.</p>	x		-∞	+	2	-	+	+∞	$x(x-2) \geq 0$		+	+	-	+	+		
x		-∞	+	2	-	+	+∞											
$x(x-2) \geq 0$		+	+	-	+	+												

$$\text{الف) } f \circ g = \left\{ \left(1, -\frac{1}{2} \right), (-1, -2) \right\}$$

$$\text{ب) } gof = \left\{ \left(1, \sqrt{2} \right), (1, 2) \right\}$$

$$\text{ج) } \left(\frac{f}{g} \right)(1) = -\frac{1}{2}$$

$$(1, 2) \rightarrow 2 = a \times 1 + b \rightarrow b = 2$$

$$2 = -4a + 2 \rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$(fog)(x) = x^2 + bx + a$$

$$x^2 + bx + a = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow a = 1, b = 2$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$g(x) = x^2 + 1 \quad (fog)(x) = 2(x^2 + 1) + 1 = 2x^2 + 3$$

$$(fog)(x) = 2x^2 + 3 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

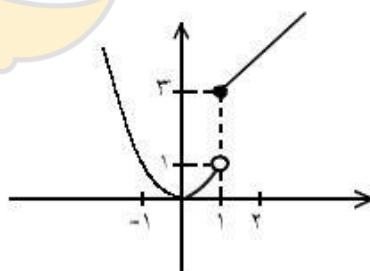
$$D_f = x \geq -2$$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sqrt{x_1 + 2} - 2 = \sqrt{x_2 + 2} - 2 \Rightarrow \sqrt{x_1 + 2} = \sqrt{x_2 + 2} \Rightarrow x_1 = x_2$$

یک به یک است \textcircled{NQ}

$$y = \sqrt{x + 2} - 2 \Rightarrow y + 2 = \sqrt{x + 2} \xrightarrow{y \geq -2} (y + 2)^2 = x + 2$$

$$\Rightarrow (y + 2)^2 - 2 = x, y \geq -2 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x + 2)^2 - 2, x \geq -2 \quad \textcircled{NQ}$$



رسم سه‌می

رسم خط

$$f(-1) = 1 \Rightarrow f(f(1)) = f(-1) = 2$$

امضا:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ نمره