



دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

[www.bagheralolum.sch.ir](http://www.bagheralolum.sch.ir)

بارم	هندسه ۲
۱	۱- قضیه: اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبه رو آن
۱	۲- در دایره رسم شده در شکل مقابل $AB \parallel CD$ است. اندازه کمان $CD$ را بدست آورید. 
۱	۳- از نقطه $p$ در خارج دایره ای، مماس $PA$ به طول $۱۰\sqrt{۳}$ را بر آن رسم کرده ایم. ( $A$ روی دایره است) همچنین خط راستی از $P$ گذرانده ایم که دایره را در دو نقطه $B$ و $C$ قطع کرده است و $BC = ۲۰$ طول های $PB$ و $PC$ را بدست آورید
۱	۴- اگر $r_a, r_b, r_c$ شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و $r$ شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$
۱	۵- شعاع های دو دایره ۶ و ۱۰ سانتیمتر و طول خط مرکزین آن ها برابر ۲۰ سانتیمتر است. طول مماس مشترک داخلی آن ها را بدست آورید.
۲	۶- قضیه: در هر بازتاب، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.
۱	۷- قضیه: ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ می کند.
۱	۸- مثلث $ABC$ و نقطه $M$ خارج این مثلث مفروض است.  مجانس این مثلث را نسبت به نقطه $M$ در حالتی که $k = \frac{1}{۲}$ است رسم کنید.
۱	۹- جای خالی را پر کنید. الف) تبدیل $T$ را تبدیل ..... گوئیم هر گاه به ازای هر نقطه $A$ از صفحه داشته باشیم $T(A) = A$ ب) شرط این که تجانس طولی باشد این است که ..... پ) اگر $k < ۰$ باشد تجانس را تجانس ..... می نامیم. ت) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع یک ..... است.

بارم	هندسه ۲
۱	<p>۱۰- زمینی به شکل زیر داریم، می خواهیم بدون آن که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم این میزان افزایش مساحت را بدست آورید.</p>
۱	<p>۱۱- یک مربع در تجانسی بانسبت تجانس <math>\frac{3}{4}</math> و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۷ سانتیمتر مربع باشد. اندازه ضلع مربع اولیه را محاسبه کنید.</p>
۲	<p>۱۲- قضیه سینوس ها: در مثلث ABC با اضلاع <math>AB = c</math>, <math>AC = b</math>, <math>BC = a</math> داریم (R شعاع دایره محیطی مثلث است)</p> $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$
۱/۲۵	<p>۱۳- ثابت کنید در هر مثلث قائم الزویه ABC که در آن <math>A = 90^\circ</math>, ارتفاع وارد بر وتر است داریم</p> $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$
1/25	<p>۱۴- در مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۶ واحد، نقطه D که به فاصله <math>2\sqrt{7}</math> واحد از راس A قرار دارد از B و C چه فاصله ای دارد؟ (<math>CD &gt; BD</math>)</p>
۲	<p>۱۵- قضیه: در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می کند.</p>
۱/۵	<p>۱۶- در مثلث ABC، <math>AB = 4</math>, <math>AC = 6</math>, <math>BC = 8</math> است. طول نیمساز زاویه داخلی B را بدست آورید.</p>

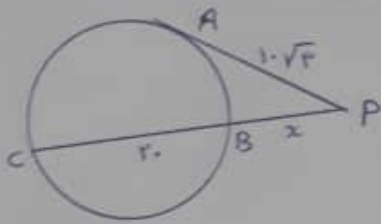
۱) اثبات در صفحه ۱۴، کتاب درسی

$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{DB} = x$

$\Delta_{AOM} : \widehat{M} = \widehat{A} + \widehat{O} = \frac{1}{r} \widehat{DB} + \widehat{AC} = \frac{1}{r} x + x = \frac{r}{r} x$

$\widehat{CD} = 84^\circ$

$\widehat{M} = 72^\circ \Rightarrow \frac{r}{r} x = 72^\circ \Rightarrow x = 72^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$



$AP^2 = PB \times PC$

$(1.0\sqrt{4})^2 = x(x+r)$

$4.0 = x^2 + r \cdot x$

$x^2 + r \cdot x - 4.0 = 0$

$(x+r)(x-1.0) = 0$

$x = -3.0 \text{ و } 1.0$

$x = 1.0 \Rightarrow PB = 1.0, PC = 3.0$

۲) ما داریم  $r_c = \frac{s}{p-c}, r_b = \frac{s}{p-b}, r_a = \frac{s}{p-a}, r = \frac{s}{p}$

$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{\frac{s}{p-a}} + \frac{1}{\frac{s}{p-b}} + \frac{1}{\frac{s}{p-c}} = \frac{p-a}{s} + \frac{p-b}{s} + \frac{p-c}{s}$

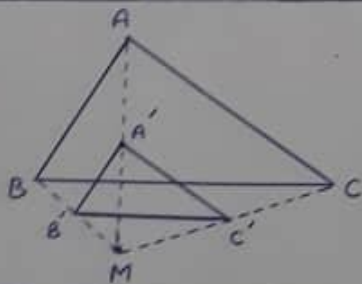
$= \frac{3p - (a+b+c)}{s} = \frac{3p - 2p}{s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{\frac{s}{p}} = \frac{1}{r}$  اثبات تمام

$TT' = \sqrt{d^2 - (R+r)^2}$  طول مماس مشترک داخلی

$TT' = \sqrt{2.0^2 - (1.0+1.0)^2} = \sqrt{4.0 - 4.0} = \sqrt{0} = 0$

۳) اثبات قضیه در صفحه ۲۸، کتاب درسی

۴) اثبات قضیه در صفحه ۴۸، کتاب درسی



$\frac{MA'}{MA} = \frac{MB'}{MB} = \frac{MC'}{MC} = \frac{1}{r}$

تبراین نقطه A', B', C' وسط پاره خطها MA, MB, MC قرار دارند

۵) الف) همانی ب)  $k=1$  پ) معلوس ت) دوران

۱۰) A را به C وصل نموده، با ترتیب نقطه B، از نسبت به پارو خط AC رسم می کنیم تا نقطه B' بدست آید، و ضلعی ABCB' مساحت آنراش یافته است پس:

$$S_{ABCB'} = AB \times BC \times \sin \hat{B} \rightarrow S = 4 \times 3\sqrt{3} \times \sin 120^\circ = 12\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$



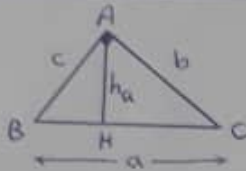
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{r}{\epsilon} \Rightarrow A'B' = \frac{r}{\epsilon} AB \Rightarrow AB = x, A'B' = \frac{r}{\epsilon} x \quad (11)$$

$$S_{ABCD} - S_{A'B'C'D'} = V \Rightarrow AB^2 - A'B'^2 = V$$

$$x^2 - \left(\frac{r}{\epsilon} x\right)^2 = V$$

$$\frac{V}{16} x^2 = V \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

۱۲) اثبات قضیه در صفحه ۶۳ و ۶۴ کتاب درسی



۱۳) می دانیم  $BC \times AH = AB \times AC$  بنابراین:

$$a \times h_a = c \times b \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{b \times c} \Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{a^2}{b^2 \times c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 \times c^2} = \frac{b^2}{b^2 \times c^2} + \frac{c^2}{b^2 \times c^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{1}{b^2} \Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

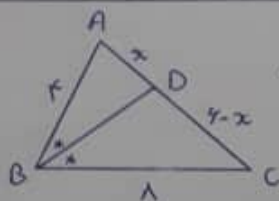
۱۴) قضیه کسینوس ها:  $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \times BD \times \cos \hat{B}$  (14)

$$(2\sqrt{2})^2 = 4^2 + x^2 - 2 \times 4 \times x \times \cos 45^\circ$$

$$2 \times 8 = 16 + x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 4x + 8 = 0$$

$$(x-4)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow BD=2, DC=4 \\ x=4 \end{cases}$$

۱۵) اثبات قضیه در صفحه ۷۱ کتاب درسی



۱۶) قضیه زیباریه داخلی:  $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{x}{4-x}$  (16)

$$8x = 24 - 4x$$

$$12x = 24$$

$$x = 2 \Rightarrow AD=2, DC=4$$

قضیه:  $BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot DC$

$$BD^2 = 4 \times 8 - 2 \times 4$$

$$BD^2 = 24 \Rightarrow BD = \sqrt{24} \Rightarrow \boxed{BD = 2\sqrt{6}}$$

والسلام - آبان ۹۸ خرداد