

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۴۰۰

نام درس: ریاضیات گسسته
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۲
 ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:		نام دبیر:
تاریخ و امضاء:		تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند ثابت کنید $0 < a^2 + b^2 + ab^3$	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند، به طوری که $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۲
۲	ثابت کنید مربع یک عدد فرد به صورت $8k + 1$ است.	۳
۲	چند عدد صحیح a وجود دارد به طوری که $a^2 + 5a + 6$ بر $a^2 + 3$ بخش پذیر باشد؟	۴
۱	در یک تقسیم مقسوم علیه برابر با ۲۵ و باقیمانده ۹ است. اگر به مقسوم ۴۰ واحد اضافه کنیم و مقسوم علیه ثابت بماند، خارج قسمت و باقیمانده چقدر تغییر می کنند؟	۵
۲	باقیمانده 3^{1400} بر ۴۱ چقدر است؟	۶
۱	معادله هم نهشتی $1399 \equiv 1400x \pmod{13}$ را حل کنید.	۷
۲	اول اردیبهشت یک سال دوشنبه است. سومین سه شنبه مهر همان سال چندم ماه است؟	۸
۲	معادله سیاله $15x + 27y = 300$ چند جواب طبیعی دارد؟	۹
۲	همه گراف های مرتبه ۴ که رأس تنها ندارند را رسم کنید. (رأس ها اسم ندارند).	۱۰
۲	به یک گراف اگر ۵ یال اضافه کنیم به گرافی کامل تبدیل می شود و اگر ۶ یال کم کنیم به گرافی ۸- منتظم تبدیل می شود. این گراف چند یال دارد؟	۱۱
۱	گراف مقابل چند دور به طول ۴ دارد؟	۱۲

صفحه ی ۱ از ۱

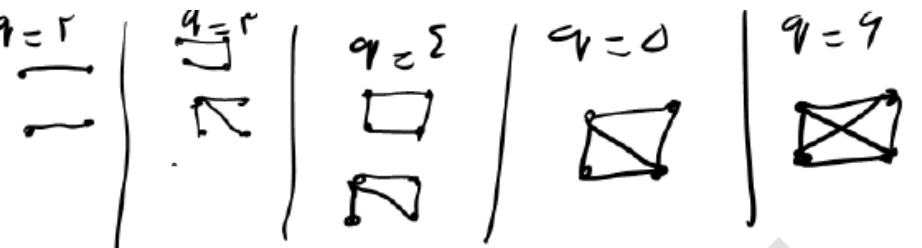
جمع بارم : ۲۰ نمره



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۴۰۰

نام درس: ریاضیات گسسته
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان: ۲۲ / ۱۰ / ۱۳۹۹
 ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ - ۰۹:۳۰ (صبح / عصر)
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$a^2 + b^2 + ab \geq 0 \Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2ab \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + a^2 + b^2 + 2ab \geq 0$ $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + (a+b)^2 \geq 0 \quad \text{سپس}$	
۲	<p>از همان طرف است می‌کنیم $(\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2 \Rightarrow \alpha + \beta$ و $\alpha - \beta$ (با است)</p> <p>از من در ساق است : α (با است)</p>	
۳	$a = 29 + 1 \Rightarrow a^2 = (29 + 1)^2 = 841 + 58 + 1 = 900 + 1 = 30(30 + 1) + 1$ <p>بر اساس معضرت در عدد مرتب گوایه در اینجا : $841 + 58 + 1 = 900 + 1 = 30(30 + 1) + 1$</p>	
۴	$\left. \begin{array}{l} a^2 + 3 \mid a^2 + 0a + 9 \\ a^2 + 3 \mid a^2 + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a^2 + 3 \mid 9a + 3 \Rightarrow a^2 + 3 \mid 9a^2 - 9 \\ a^2 + 3 \mid a^2 + 3 \Rightarrow a^2 + 3 \mid 9a^2 + 27 \end{array} \Rightarrow a^2 + 3 \mid 18$ $a^2 + 3 = 1, 2, 3, 6, 9, 18 \Rightarrow a^2 + 3 = 18 \Rightarrow a^2 = 15 \Rightarrow a = \pm \sqrt{15}$ <p>سپس $a^2 + 3 = 1$ ، $a^2 + 3 = 2$ ، $a^2 + 3 = 3$ ، $a^2 + 3 = 6$ ، $a^2 + 3 = 9$ ، $a^2 + 3 = 18$</p>	
۵	$a = 259 + 9 \Rightarrow a + 60 = 259 + 69 = 328 = 25(13 + 1) + 28$ <p>به خارج قسمت اول و دوم باقی‌مانده ۱۵، اعداد ضابطه می‌شود.</p>	
۶	$3^4 \equiv -1 \pmod{17} \Rightarrow 3^8 \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow (3^4)^{175} \equiv 1^{175} \pmod{17}$ $\Rightarrow 3^{140} \equiv 1 \pmod{17}$	
۷	$\left. \begin{array}{l} 180x \equiv 1399 \pmod{17} \\ 14x \equiv 13 \pmod{17} \\ 1399 \equiv 99 \pmod{17} \end{array} \right\} \Rightarrow 9x \equiv 9 \pmod{17} \Rightarrow -2x \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv -2 \pmod{17}$ $\Rightarrow x = 12x - 2$	

<p>۴ $\equiv 1+31$: اول اردیبهشت : مبدأ</p> <p>۵ $\equiv 1+31 \times 6$: اول مهر : مقصد</p> <p>تاریخ سومین هفته = $1+7+7 = 15$: این براس اول مهر روز چهارشنبه است یعنی سه هفته</p>	۸
<p>$15x + 27y = 100 \Rightarrow 5x + 9y = 100 \Rightarrow 9y \equiv 100 - 5x \Rightarrow y \equiv 11 - \frac{5}{9}x$</p> <p>$\Rightarrow y = 8k \Rightarrow 5x + 20k = 100 \Rightarrow x = 20 - 4k$</p> <p>$1 \leq x \Rightarrow 1 \leq 20 - 4k \Rightarrow 4k \leq 19 \Rightarrow k \leq 4$</p> <p>$1 \leq y \Rightarrow 1 \leq 8k \Rightarrow k \geq 1$</p> <p>۲ جواب دارد \Rightarrow</p>	۹
<p>$q=2$ $q=3$ $q=4$ $q=5$ $q=6$</p> 	۱۰
<p>$q+5 = \binom{p}{2}$</p> <p>$q-6 = \frac{1 \times p}{2} = \binom{p}{2}$</p> <p>$\Rightarrow \binom{p}{2} - 6p = 11 \Rightarrow \frac{p^2 - p - 12p}{2} = 11$</p> <p>$\Rightarrow p^2 - 13p - 22 = 0$</p> <p>$\Rightarrow (p-11)(p+2) = 0 \Rightarrow p=11$</p> <p>$q = \binom{p}{2} - 5 = \binom{11}{2} - 5 = 50$</p>	۱۱
<p>هر رأس که از این گراف انتخاب کنیم، یک و تنها یک دور به طول ۴ می‌سازد. بنابراین:</p> <p>تعداد دورها به طول ۴ = $\binom{6}{2} = 15$</p>	۱۲
<p>نام و نام خانوادگی مصحح : امضا:</p>	<p>جمع بارم : ۲۰۰ نمره</p>