نام و نام خانوادگی :	به نام خدا	تاریخ: ۹۹/ ۱۰ /
نام درس :	اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران	نام دبیر : سرکارخانم
پایه :	**دبیرستان دخترانه غیردولتی شایستگان**	زمان: دقیقه
رشته :	امتحانات ترم اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۹۹	زمان بارگذاری :۱۵ دقیقه
	توجه : پاسخنامه در ( ) صفحه طراحی شده است.	ساعت شروع امتحان : ۸ صبح

نمره با عدد:	نمره با حروف :	نمره پس از تجدید نظر:	نام دبیر -امضاء-تاریخ :

شماره سوال	خداوند همیشه بهترین هایش را به کسانی می دهد که در انتخاب هایشان را به او اعتماد و توکل می کنند .	بارم

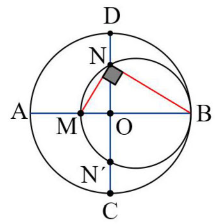
۱

$AM = ۱۶, DN = ۱۰, OA = R \Rightarrow OM = R - ۱۶$

$OB = R, ON = R - ۱۰$

$$A\hat{M}B : \hat{N} = ۹۰^\circ, \hat{O} = ۹۰^\circ \Rightarrow ON^۲ = OM \times OB$$

$$(R - ۱۰)^۲ = (R - ۱۶) \times R$$



$R^۲ - ۲۰R + ۱۰۰ = R^۲ - ۱۶R \Rightarrow ۴R = ۱۰۰ \Rightarrow R = ۲۵$

شعاع دایرهٔ کوچکتر $= \dfrac{BM}{۲} = \dfrac{۲R - AM}{۲} = \dfrac{۲ \times ۲۵ - ۱۶}{۲} = ۱۷$

۲

که در فرمول های مقابل S مساحت و p نصف محیط می باشد.

$$r_a = \frac{s}{p-a}, r_b = \frac{s}{p-b}, r_c = \frac{s}{p-c}, r = \frac{s}{p}$$

$$\frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c} = \frac{۱}{\frac{s}{p-a}} + \frac{۱}{\frac{s}{p-b}} + \frac{۱}{\frac{s}{p-c}} = \frac{p-a+p-b+p-c}{s} = \frac{۳p-۲p}{s} = \frac{p}{s} = \frac{۱}{r}$$

$$S_{\underset{ABC}{\Delta}} = \frac{۱}{۲}a \cdot h_a = \frac{۱}{۲}b \cdot h_b = \frac{۱}{۲}c \cdot h_c \Rightarrow h_a = \frac{۲s}{a}, h_b = \frac{۲s}{b}, h_c = \frac{۲s}{c}$$

$$\frac{۱}{h_a} + \frac{۱}{h_b} + \frac{۱}{h_c} = \frac{a}{۲s} + \frac{b}{۲s} + \frac{c}{۲s} = \frac{a+b+c}{۲s} = \frac{۲p}{۲s} = \frac{p}{s} = \frac{۱}{r}$$

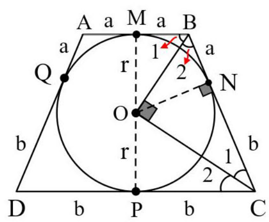
۳ ذوزنقهٔ محاطی، ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین می‌باشد.

$$S_{ABCD} = \frac{(۲a + ۲b) \times MP}{۲} \ , \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۲ + \hat{C}_۱ = \frac{\hat{B} + \hat{C}}{۲} = ۹۰^\circ$$

$$\Rightarrow B\hat{O}C = ۹۰^\circ \ , \ N = ۹۰^\circ \Rightarrow ON^۲ = a \times b \Rightarrow r^۲ = ab$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{AB}{۲} \times \frac{CD}{۲}} = \frac{۱}{۲}\sqrt{AB \times CD} = \frac{۱}{۲}MP$$

$$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{۲} \times MP = \frac{AB + CD}{۲} \times \sqrt{AB \times CD}$$



۴

مثلث ABC متساوی‌الاضلاع به ضلع $۲r$ $\Rightarrow S_{\underset{ABC}{\Delta}} = \dfrac{\sqrt{۳}}{۴}(۲r)^۲ = \sqrt{۳}r^۲$

(S') مساحت قسمت هاشور زده $= S_{\underset{ABC}{\Delta}} - ۳ \times S_{\text{قطاع}} = \sqrt{۳}r^۲ - ۳ \times \dfrac{۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ} \times \pi r^۲$

$S' = r^۲(\sqrt{۳} - \dfrac{\pi}{۲})$

چهار ضلعی‌ها مستطیل هستند $\Leftarrow$ طول هر مستطیل $= ۲r$

سه کمان با زاویه ۱۲۰° : $۳۶۰^\circ - (۹۰^\circ + ۹۰^\circ + ۶۰^\circ) = ۱۲۰^\circ \Rightarrow$ طول هر کمان $= \dfrac{۱۲۰}{۳۶۰} \times ۲\pi r = \dfrac{۲\pi r}{۳}$

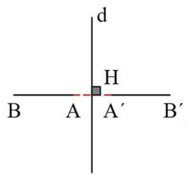
۴

طول نخ $= ۳ \times ۲r + ۳ \times \dfrac{۲\pi r}{۳} = ۶r + ۲\pi r = ۲r(۳ + \pi)$

$AB \perp d \ , H = ۹۰^\circ$

$AH = A'H, BH = B'H$

$$\begin{cases} AB = BH - AH \\ A'B' = B'H - A'H \end{cases} \Rightarrow AB = A'B'$$



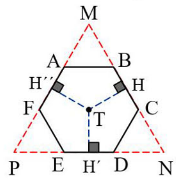
۶ زوایای داخلی شش ضلعی منتظم برابر با ۱۲۰° می‌باشد. پس زوایای مثلثهای AMB و PFE و CDN برابر با ۶۰° می‌باشد. بنابراین: $\hat{M} = \hat{N} = \hat{P} = ۶۰^\circ$.

MNP ضلع $= ۳a$ (ضلع شش ضلعی a) $\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{MNP}} = \dfrac{\sqrt{۳}}{۴}(۳a)^۲ = \dfrac{۹\sqrt{۳}}{۴}a^۲$

مساحت شش ضلعی $= \dfrac{۲}{۳} \times S_{\overset{\Delta}{MNP}}$ مساحت شش ضلعی $= \dfrac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲$

مجموع طول سه عمودهای TH و TH' و TH'' برابر است با ارتفاع مثلث $\overset{\Delta}{MNP}$:

ارتفاع $\overset{\Delta}{MNP} = \dfrac{\sqrt{۳}}{۲} \times (۳a) = \dfrac{۳\sqrt{۳}}{۲}a$



$$S_{\overset{\Delta}{TBC}} + S_{\overset{\Delta}{TDE}} + S_{\overset{\Delta}{TAF}} = \frac{۱}{۲}(TH + TH' + TH'') \times a = \frac{۳\sqrt{۳}}{۴}a^۲$$

$$= \frac{۱}{۲} S_{\text{شش ضلعی}} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{TAB}} + S_{\overset{\Delta}{TEF}} + S_{\overset{\Delta}{TCD}} = \frac{۱}{۲} \times S_{\text{شش ضلعی}}$$

۷

$$\text{خارجی } \hat{B} = \frac{\overset{\frown}{QM} + \overset{\frown}{MN} + \overset{\frown}{PN} - \overset{\frown}{PQ}}{۲} = ۸۰^\circ$$

$$\text{خارجی } \hat{C} = \frac{\overset{\frown}{QM} + \overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{PN} - \overset{\frown}{MN}}{۲} = ۷۰^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = ۱۵۰^\circ = \frac{۲\overset{\frown}{QM} + ۲\overset{\frown}{PN}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{PN} + \overset{\frown}{MQ} = ۳۰۰^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{PN} + \overset{\frown}{MQ}}{۲} = \frac{۳۰۰^\circ}{۲} = ۱۵۰^\circ$$

۸ الف)

$$\begin{cases} MT = MT' \\ OT = OT' = R \\ OM = OM \end{cases} \Rightarrow \Delta OMT \cong \Delta OMT'$$ طبق حالت (ض ض ض همنهشت هستند)

پس $T\hat{O}M = T'\hat{O}M, T\hat{M}O = T'\hat{M}O$ پس پاره خط OM نیمساز دو زاویهٔ گفته شده می باشد.

ب)

$$\begin{cases} OT = OT' = R \\ OH = OH \\ T\hat{O}H = T'\hat{O}H \end{cases} \Rightarrow \Delta OTH \cong \Delta OT'H (\text{ض‌زض})$$

پس $TH = TH'$ پس H وسط TT' است.

از طرفی باز هم به خاطر اجزای متناظر دو مثلث زوایای $\hat{H}_۲, \hat{H}_۱$ مساویند

$$\begin{cases} \hat{H}_۱ = \hat{H}_۲ \\ \hat{H}_۱ + \hat{H}_۲ = ۱۸۰ \end{cases} \Rightarrow \hat{H}_۱ = \hat{H}_۲ = ۹۰^\circ$$

$$\begin{cases} TH = TH' \\ \hat{H}_۱ = \hat{H}_۲ = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow$$ TT' عمود منصف OM است

پ)

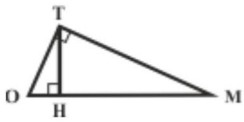
نام و نام خانوادگی : .... | به نام خدا | تاریخ: / ۱۰ / ۹۹
نام درس : | اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران | نام دبیر : سرکارخانم
پایه : | دبیرستان دخترانه غیردولتی شایستگان | زمان: دقیقه
رشته : | امتحانات ترم اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۹۹ | زمان بارگذاری :۱۵ دقیقه
توجه : پاسخنامه در ( ) صفحه طراحی شده است. | ساعت شروع امتحان : ۸ صبح

مجتمع آموزشی غیر دولتی شایستگان

نمره با عدد:	نمره با حروف :	نمره پس از تجدید نظر:	نام دبیر -امضاء-تاریخ :

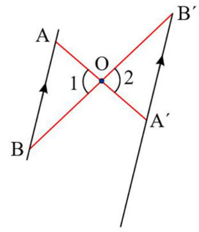
شماره سوال	خداوند همیشه بهترین هایش را به کسانی می دهد که در انتخاب هایشان را به او اعتماد و توکل می کنند .	بارم

طبق قسمت ب ثابت شد که OH ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه OTM می باشد از طرفی می دانیم در هر مثلث قائم الزاویه هر ضلع زاویه قائمه واسطه هندسی بین وتر و تصویر آن ضلع بر وتر است پس



$$OT^۲ = OH \cdot OM \Rightarrow R^۲ = OH \cdot OM$$

۹ الف) چون $k < ۰$ است پس به شکل زیر می‌باشد.

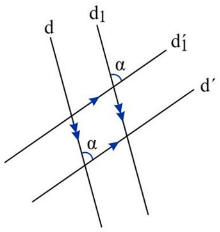


$$OA' = k \times OA, OB' = k \times OB$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'}, \hat{O}_۱ = \hat{O}_۲$$

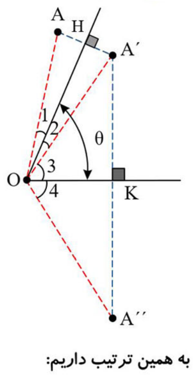
تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین $\Rightarrow \overset{\triangle}{AOB} \sim A'\overset{\triangle}{O}B' \Rightarrow \hat{B'} = \hat{B}, \hat{A'} = \hat{A} \Rightarrow AB \parallel A'B'$

ب) اگر زاویه بین دو خط متقاطع برابر با α باشد، از آنجا که مجانس خط با آن خط موازی می‌باشد، پس زاویه بین مجانس های دو خط همان زاویه بین دو خط (α) می‌باشد.



۱۰ بازتاب اندازه زاویه را حفظ می‌کند. داریم:

$$\begin{matrix} A \text{ بازتاب } A' \Rightarrow \hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ \\ A' \text{ بازتاب } A'' \Rightarrow \hat{O}_۳ = \hat{O}_۴ \end{matrix} \Rightarrow A\hat{O}A'' = ۲(\hat{O}_۲ + \hat{O}_۳) = ۲\theta$$



به همین ترتیب داریم:

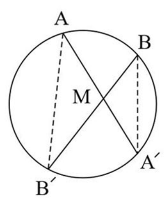
$$B\hat{O}B'' = C\hat{O}C'' = ۲\theta$$

از آنجا که داریم:

$$OA = OA'', A\hat{O}A'' = ۲\theta$$

پس A'' دوران یافته A به مرکز O و زاویه ۲θ می‌باشد. پس $A''B''C''$ دوران یافتهٔ ABC به مرکز O و زاویه ۲θ می باشد.

۱۱ برهان: از A به B' و از B به A' وصل می کنیم، دو مثلث AMB' و BMA' متشابه اند. زیرا:



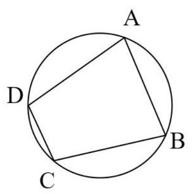
$$\begin{cases} A\hat{M}B' = A'\hat{M}B \\ \hat{A} = \hat{B} = \dfrac{\overset{\frown}{A'B'}}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$$

۱۲ باتوجه به قضیهٔ زاویهٔ محاطی داریم:

نام و نام خانوادگی :	به نام خدا	تاریخ: ۹۹/ ۱۰ /
نام درس :	اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران	نام دبیر : سرکارخانم
پایه :	دبیرستان دخترانه غیردولتی شایستگان	زمان: دقیقه
رشته :	امتحانات ترم اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۹۹	زمان بارگذاری :۱۵ دقیقه
	توجه : پاسخنامه در ( ) صفحه طراحی شده است.	ساعت شروع امتحان : ۸ صبح

نمره با عدد:	نمره با حروف :	نمره پس از تجدید نظر:	نام دبیر -امضاء-تاریخ :

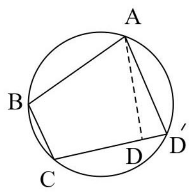
شماره سوال	خداوند همیشه بهترین هایش را به کسانی می دهد که در انتخاب هایشان را به او اعتماد و توکل می کنند .	بارم



$$\hat{B}+\hat{D}=\frac{\widehat{ADC}}{۲}+\frac{\widehat{ABC}}{۲}=\frac{۳۶۰^\circ}{۲}=۱۸۰^\circ$$

به روش مشابه ثابت می‌شود: $\hat{A}+\hat{C}=۱۸۰^\circ$

عکس قضیه: فرض کنیم در چهارضلعی $ABCD$، هر دو زاویهٔ روبه رو مکمل یکدیگر باشند. یعنی (۱) $\hat{A}+\hat{C}=۱۸۰^\circ$ و (۲) $\hat{B}+\hat{D}=۱۸۰^\circ$ بر سه نقطهٔ A و B و C یک دایره می گذرد. ثابت می‌کنیم که این دایره از نقطهٔ D نیز می گذرد.



اثبات (برهان خلف): اگر این دایره از رأس D نگذرد، نقطهٔ برخورد خط CD با دایره را D' می‌نامیم و از D' به A وصل می‌کنیم. چون چهارضلعی $ABCD'$ محاطی است بنابراین: (۳) $\hat{B}+\hat{D}'=۱۸۰^\circ$. از رابطهٔ (۲) و (۳) نتیجه می‌شود که (۴) $\hat{D}=\hat{D}'$. چون زاویهٔ D زاویهٔ خارجی مثلث ADD' است، بنابراین: (۵) $\hat{D}>\hat{D}'$ که رابطهٔ (۵) با رابطهٔ (۴) در تناقض است در نتیجه فرض ما که دایره از رأس D نمی گذرد نادرست و حکم قضیه برقرار است.

۱۳ الف) گزینهٔ ۳ ب) گزینهٔ ۲

۱۴ چون چهار ضلعی $DIAN$ متوازی الاضلاع است پس $\hat{I}=\hat{N}$

از طرفی زوایای $\hat{N},\hat{M}$ زوایای محاطی مقابل به کمان $\widehat{DA}$ هستند.

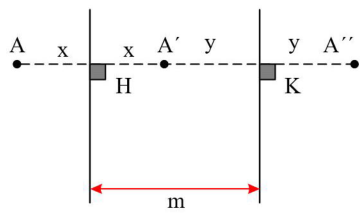
$$\hat{M}=\hat{N}=\frac{\widehat{DA}}{۲}$$

$$\begin{cases}\hat{I}=\hat{N}\\ \hat{M}=\hat{N}\end{cases}\Rightarrow \hat{I}=\hat{M}\Rightarrow \text{مثلث } IDM \text{ متساوی الساقین است} \Rightarrow DM=DI$$

۱۵

هرگاه همهٔ ضلع های یک چندضلعی بر یک دایره مماس باشند، چندضلعی را محیطی می نامند.

۱۶



$$AH=A'H=x, A'k=A''k=y, x+y=m$$

$$AA''=۲(x+y)=۲m$$

به همین ترتیب داریم: $BB''=CC''=۲m$

می‌توان نتیجه گرفت که $A''B''C''$ تصویر $\overset{\Delta}{ABC}$، نتیجه انتقالی با بردار $۲m$ و راستای عمود بر محورهای بازتاب می‌باشد.