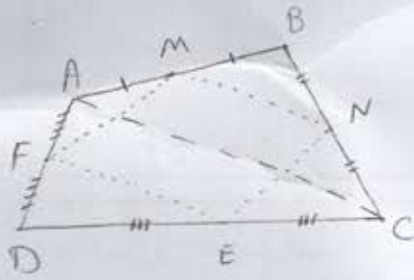




۶- ثابت کنید اگر وسط اضلاع هر چهارضلعی محدب را به طور متوالی به هم وصل کنیم شکل حاصل یک متوازی الاضلاع است. (۱ نمره)

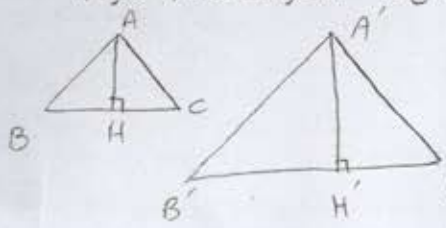


$$\begin{aligned} \triangle ABC: \frac{BM}{AM} &= \frac{BN}{NC} \xrightarrow{\text{علی‌نالی}} MN \parallel AC \\ \triangle ADC: \frac{DF}{AF} &= \frac{DE}{CE} \xrightarrow{\text{علی‌نالی}} FE \parallel AC \end{aligned} \Rightarrow MN \parallel FE$$

به طریق مشابه می‌توان نشان داد  $MF \parallel NE$

$MNEF$  متوازی الاضلاع است.  $\leftarrow$

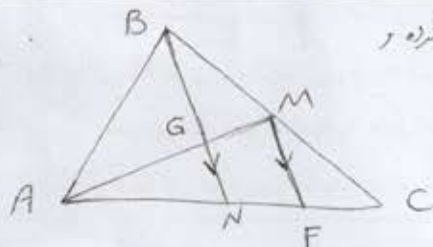
۷- ثابت کنید اگر دو مثلث با نسبت تشابه  $k$  مشابه باشد آنگاه نسبت مساحت آن‌ها  $k^2$  خواهد شد. (۱ نمره)



$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times AH' \times B'C'}{\frac{1}{2} \times AH \times BC} = k \times k = k^2$$

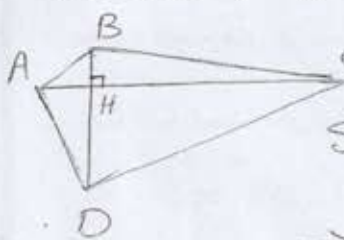
نسبت اضلاع برابر نسبت  $k$  است. نسبت ارتفاع‌ها برابر است.

۸- ثابت کنید میانه‌های هر مثلث هم‌رسند. (۱۵ نمره) در میان  $AM, BN$  را رسم کرده و  $M$  موازی با  $BN$  رسم کنیم تا  $AC$  را در  $F$  قطع کند.



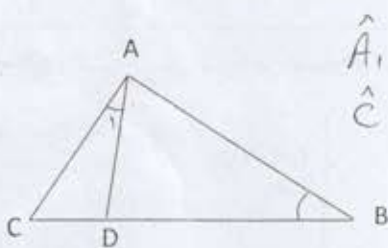
$$\begin{aligned} MF \parallel BN &\xrightarrow{\text{تساوی}} \frac{CM}{BM} = \frac{CF}{FN} = 1 \Rightarrow F \text{ وسط } AC \\ \Rightarrow NF &= \frac{1}{2} NC = \frac{1}{2} AN \Rightarrow AF = 2NF \\ \triangle AMF &\xrightarrow{\text{تساوی}} \frac{AF}{NF} = \frac{AM}{MG} = 2 \Rightarrow AM = 2GM \Rightarrow GM = \frac{1}{2} AM, AG = \frac{2}{3} AM \\ &\text{به طریق مشابه می‌توان ثابت کرد } GN = \frac{1}{2} NB, BG = \frac{2}{3} NB \\ &\text{پس هر سه میانه از نقطه } G \text{ با این ویژگی به هم می‌آیند.} \end{aligned}$$

۹- ثابت کنید مساحت هر چهارضلعی که دو قطر عمود بر هم دارد، برابر است با نصف حاصلضرب اندازه‌های دو قطر آن. (۱ نمره)



$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABC} + S_{ADC} \Rightarrow \\ S_{ABCD} &= \frac{1}{2} BH \times AC + \frac{1}{2} DH \times AC = \frac{1}{2} AC (BH + DH) \\ &= \frac{1}{2} AC \times BD \end{aligned}$$

۱۰- در شکل روبرو  $\widehat{A_1} = \widehat{B}$ ،  $\overline{AC} = 4$  و  $\overline{BD} = 6$ . طول پاره خط  $BC$  را بدست آورید. (۱ نمره)

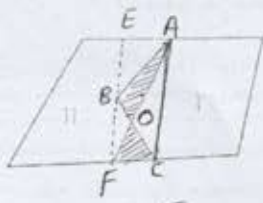


$$\begin{aligned} \widehat{A_1} = \widehat{B} &\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADC \\ \widehat{C} = \widehat{C} &\} \\ \text{نسبت قائم: } \frac{CD}{AC} &= \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{CD}{4} = \frac{4}{4+CD} \\ \Rightarrow CD^2 + 4CD - 16 &= 0 \end{aligned}$$

$\left. \begin{aligned} CD &= -4 \pm \sqrt{16+64} \\ CD &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow BC = 4+4=8$



۱۱- شکل زیر نمایی از یک مزرعه مربوط به ۲ نفر است. چگونه می توانیم مرز مشترک این دو زمین (خط شکسته ABC) را بدون آنکه از مساحت زمین ها کم شود، به یک خط مستقیم تبدیل کنیم؟



(مراحل کار را توضیح دهید). (۱/۵ نمره) از A: C منتهی در از B موازی خط AC رسم کنیم تا دو مرز دیگر را در E و F قطع کند. مرز جدید می تواند پارچه خط AF باشد. زیر را رسم کنید:

$$S_{ABC} = S_{AFC}$$

$$- S_{AOC} \rightarrow S_{ABC} - S_{AOC} = S_{AFC} - S_{AOC} \Rightarrow S_{ABO} = S_{FCO}$$

← میزان با هم جابجایی مزرعه به صورتی است که مقدار مساحت سرزمین برابر می شود.

۱۲- با توجه به قضیه ی پیک مساحت شکل زیر را بیابید. (۱ نمره)



$$l = 3$$

$$b = 4$$

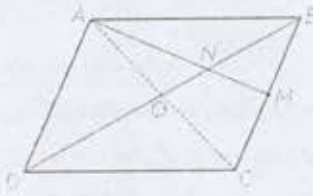
مسطح مری

$$S = \frac{b}{2} + l - 1$$

$$S = \frac{4}{2} + 3 - 1 = 4$$

۱۳- در مثلث متوازی الاضلاع ABCD، M وسط ضلع BC است و پاره خط AM قطر BD را در N قطع کرده است.

نشان دهید:  $S_{BMN} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$  (۱/۵ نمره)

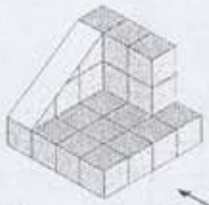


$$ABCD \text{ متوازی الاضلاع} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \quad \textcircled{I}$$

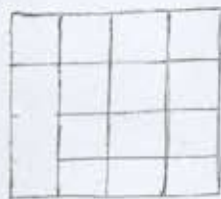
$$ABC: \left. \begin{array}{l} \text{میان } AM \\ \text{میان } BN \end{array} \right\} \Rightarrow \text{عمل ضربی - یازدها} \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{4} S_{ABC} \quad \textcircled{II}$$

$$\textcircled{I}, \textcircled{II} \rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} S_{ABCD} \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{8} S_{ABCD}$$

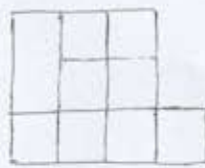
۱۴- برای شکل، زیر نمای روبرو، نمای بالا و نمای چپ را رسم کنید. (۰/۷۵ نمره)



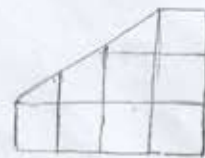
نمای بالا



نمای چپ



نمای روبرو



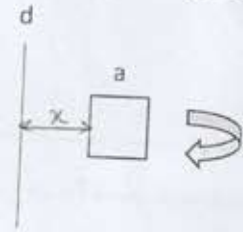
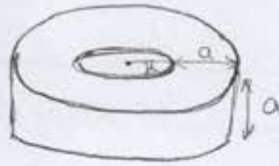
۱۵- وضعیت نسبی دو صفحه، دو خط، خط و صفحه را در فضا بیان کنید. ( ۱/۵ نمره )

- |                    |                  |                             |
|--------------------|------------------|-----------------------------|
| در صفحه : ۱- موازی | در خط : ۱- موازی | خط و صفحه : ۱- موازی        |
| ۲- منطبق           | ۲- منطبق         | ۲- منطبق (صفحه شامل خط است) |
| ۳- متقاطع          | ۳- متقاطع        | ۳- متقاطع                   |
|                    | ۴- متناظر        |                             |

۱۶- سطح مقطع یک صفحه با کره ای به شعاع دو واحد چه شکلی است؟ در چه صورت این سطح مقطع بیشترین مساحت را دارد؟ بیشترین مقدار مساحت را بدست آورید. ( ۱ نمره )  
 سطح مقطع یک کره (در صورت نمایش کردن صفحه بر کره، سطح مقطع یک صفحه است) - در صورتی که دقیقاً از وسط کره عبور کند:

$$S_{max} = \pi r^2 = \pi (2)^2 = 4\pi$$

۱۷- مربعی به ضلع  $a$  را حول محور  $d$  دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید. ( ۱ نمره )  
 شکل حاصل یک استوانه توخالی می باشد که شعاع آن  $a$  و ارتفاع آن  $d$  است.



در باره ابوریحان بیشتر بدانیم :  
 بیرونی در کتاب «الاسطرلاب» روشی برای مقایسه شعاع زمین ارائه می کند (توسط خط افق وقتی از ارتفاعات به افق نگاه می کنیم). بعدها در کتاب «قانون مسعودی» ابوریحان عملی کردن این روش توسط قور را گزارش می دهد. اندازه گیری او یک درجه سطح زمین را ۵۸ میل بدست آورده است که با توجه به اینکه هر میل عربی ۳،۳۹۷۳ متر است، شعاع زمین ۶۵۶۰ کیلومتر (بر حسب واحدهای امروزی) به دست می آید که ۱۳ درصدی به مقدار صحیح آن نزدیک است.



موفق و پیروز باشید - گروه هندسه پایه دهم