

۱ تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

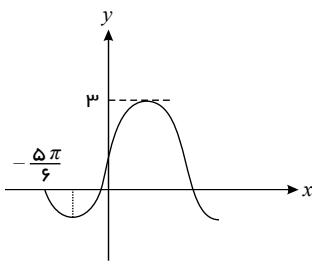
- ① $(-\infty, -2)$ ② $(-\infty, 1)$ ③ $(-2, 1)$ ④ $(1, +\infty)$

۲ اگر $f = \{(1, 5), (2, 0), (3, 4), (4, 6)\}$ و $g = \{(-1, 4), (2, 1), (0, 3)\}$ باشند، حاصل ضرب اعضای برد تابع $\frac{2f}{g^{-1}}$ کدام است؟

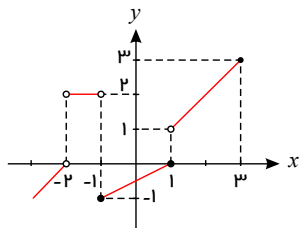
- ① -7 ② -60 ③ صفر ④ 36

۳ دامنه تابع $g(x) = f(2x-1)$ بازه $[-1, 3]$ است. دامنه تابع $h(x) = f(3x+2)$ کدام است؟

- ① $[0, 2]$ ② $[0, 8]$ ③ $[-\frac{5}{3}, 2]$ ④ $[-\frac{5}{3}, 1]$

۴ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟

- ① 1.5 ② 2 ③ 2.5 ④ $1 + \sqrt{3}$

۵ نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(-\frac{x}{3}) + \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(2x)]$ کدام است؟

- ① 1 ② 2 ③ -2 ④ -1

۶ نقطه $A(-1, 3)$ روی نمودار تابع $f(x)$ و نقطه متناظر با آن یعنی $A'(a, b)$ روی نمودار تابع $y = 3f(2x-5) - 7$ قرار دارد. $a - b$ کدام است؟

- ① -2 ② صفر ③ 2 ④ 4

۷ اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{4x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، آنگاه حاصل ab کدام است؟

- ① -2 ② 2 ③ -4 ④ 4

۸ حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟

- ① -24 ② -18 ③ -12 ④ -6

۹ نمودار تابع $y = x^2 - x - 3$ را ۲ واحد به طرف x ‌های منفی سپس ۹ واحد به طرف y ‌های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه، زیر محور x ‌ها است؟

- ① $(-5, 2)$ ② $(-5, 3)$ ③ $(-2, 3)$ ④ $(-2, 5)$

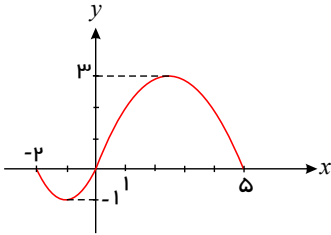
۱۰) مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- ۱) $\frac{5\pi}{2}$ ۲) 3π ۳) 4π ۴) 5π

۱۱) اگر به‌ازای هر عدد حقیقی داشته باشیم: $(fog)^{-1}(2x - 4) = \frac{x}{2}$ و $g(x) = 2x^3 + 1$. آن‌گاه نمودار وارون تابع $f(x)$ ، محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲) اگر نمودار تابع $y = f(x + 2)$ به صورت زیر باشد، دامنهٔ عبارت $\sqrt{xf\left(1 - \frac{x}{2}\right)}$ به کدام صورت است؟



- ۱) $\{-12, 2\} \cup [-2, 0]$
۲) $[-12, -2] \cup [0, 2]$
۳) $\{-12\} \cup [-2, 2]$
۴) $[-6, -1] \cup [0, 1]$

۱۳) تابع $f(x) = |x(x^2 + 3x + 3)| + 2$ در بازهٔ $[a, +\infty)$ صعودی اکید است. حداقل مقدار a کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) -۲ ۳) $-\sqrt[3]{2}$ ۴) $-1 - \sqrt[3]{2}$

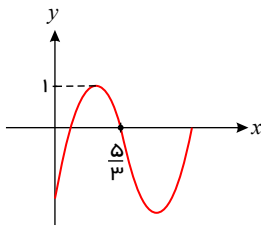
۱۴) اگر $1 \leq x$ ؛ $f(x) = x^2 - 2x - 3$ باشد، نمودارهای دو تابع $f^{-1}(x)$ و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

۱۵) مجموع جواب‌های متمایز معادلهٔ $3 = \cos^2 x + 4 \sin x$ در بازهٔ $[0, \pi]$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3\pi}{2}$ ۲) 2π ۳) $\frac{5\pi}{4}$ ۴) π

۱۶) اگر قسمتی از نمودار $f(x) = a \sin(b\pi x) - 1$ به شکل زیر باشد، مقدار b کدام گزینه می‌تواند باشد؟

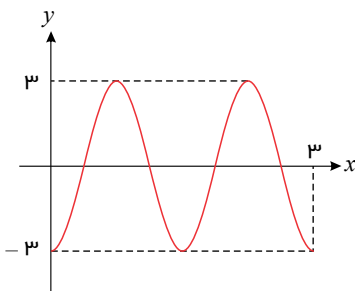


- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۱۷) حد عبارت $\frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\frac{1}{\tan x}}}{\cos 2x}$ وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۸) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin\left(\pi\left(\frac{3}{2} + bx\right)\right)$ را نشان می‌دهد. کم‌ترین مقدار $a + b$ کدام است؟



- ۱) $\frac{13}{3}$ ۲) $\frac{11}{3}$ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{5}{6}$

۱۹) اگر $f(x) = 2x^3 + ax^2 + 4x - 3$ بر $x + 1$ بخش پذیر باشد، مجموع مجذورات صفرهای $f(x)$ کدام است؟

۴) $\frac{65}{4}$

۳) $\frac{25}{3}$

۲) $\frac{9}{2}$

۱) $\frac{61}{4}$

۲۰) مجموع جواب‌های معادله $\frac{8 \sin^2 x}{1 + \tan^2 x} + 3 \cos 2x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۴) 4π

۳) 2π

۲) 6π

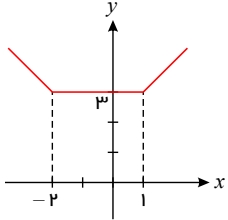
۱) $\frac{5\pi}{2}$



limoonad
Education For All

پاسخنامه تشریحی

۱ تابع داده شده یک تابع گلدانی است که در $x = -2$ و $x = 1$ (ریشه های داخل قدرمطلق) دارای شکست است.



از ی‌د آن نزولی : $x < -2 \rightarrow$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$2f = \{(1, 10), (2, 0), (3, 8), (4, 12)\} \quad , \quad g^{-1} = \{(4, -1), (1, 2), (3, 0)\}$$

$$D_{2f} \cap D_{g^{-1}} = \{1, 3, 4\}$$

$$\frac{2f}{g^{-1}} = \{(1, \frac{10}{2}), (3, \frac{8}{0}), (4, \frac{12}{-1})\} \rightarrow \frac{2f}{g^{-1}} = \{(1, 5), (4, -12)\}$$

$$\frac{2f}{g^{-1}} = \text{حاصل ضرب اعضای برد} = 5 \times (-12) = -60$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳ ابتدا دامنه تابع $y = f(x)$ را می یابیم:

$$-1 \leq x \leq 3 \rightarrow -2 \leq 2x \leq 6 \rightarrow -3 \leq 2x - 1 \leq 5$$

حال به کمک دامنه تابع $y = f(x)$ به دامنه $h(x) = f(3x + 2)$ می رسمیم.

$$-3 \leq 3x + 2 \leq 5 \rightarrow -5 \leq 3x \leq 3 \rightarrow -\frac{5}{3} \leq x \leq 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$y = a + b \cos(\frac{\pi}{2} - x) = a + b \sin x$$

$$\left| \frac{-5\pi}{6} \right| \xrightarrow{\text{صدق}} 0 = a + b \sin(\frac{-5\pi}{6}) \rightarrow 0 = a - b \sin(\frac{5\pi}{6})$$

$$\rightarrow 0 = a - b \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) \rightarrow 0 = a - b \sin(\frac{\pi}{6}) \rightarrow a - \frac{b}{2} = 0 \quad (I)$$

در تابع $y = a \sin bx + c$ مقدار Max تابع از رابطه $|a| + c$ به دست می آید و چون تابع داده شده فرمت سینوس را دارد $ab > 0$ است و چون $y(0) > 0$ است و در نتیجه $b > 0$ است.

$$Max = |a| + c \rightarrow 3 = |b| + a \rightarrow 3 = b + a \quad (II)$$

از روابط (I) و (II) مقادیر $a = 1$ و $b = 2$ حاصل می شوند.

$$\text{پس } f(x) = 1 + 2 \sin x \rightarrow f(\frac{\pi}{6}) = 1 + 2(\frac{1}{2}) = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$x \rightarrow 3^- : x < 3 \rightarrow \frac{x}{3} < 1 \rightarrow -\frac{x}{3} > -1$$

$$\text{پس: } \lim_{x \rightarrow 3^-} f(-\frac{x}{3}) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -1$$

$$\text{از طرفی: } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(2x)] = [f((-2)^-)] = [0^-] = -1$$

توجه کنید وقتی x از سمت مقادیر کوچک تر از -2 به -2 نزدیک می شود y از سمت مقادیر کوچک تر از صفر به صفر نزدیک می شود.

$$\text{بنابراین: } \lim_{x \rightarrow 3^-} f(-\frac{x}{3}) + \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(2x)] = -1 + (-1) = -2$$



$$A(-1, 3) \in f \Rightarrow f(-1) = 3, \quad 2x - 5 = -1 \Rightarrow x = 2$$

$$y(2) = 3f(-1) - 7 = 3 \times 3 - 7 = 2 \Rightarrow A'(2, 2) \Rightarrow a = 2, \quad b = 2 \Rightarrow a - b = 0$$

$$\text{پس: } y(2) = 3f(-1) - 7 = 3(3) - 7 = 2 \rightarrow A' \Big|_2 \xrightarrow{a=2, b=2} a - b = 0$$

روش دوم: تابع f پنج واحد به سمت راست برده شده و سپس طول هایش نصف شده و عرض هایش ۳ برابر شده و نهایتاً ۷ واحد به پایین برده شده است.

$$\Big|_{-1} \xrightarrow{\text{پنج واحد راست}} \Big|_{\frac{4}{3}} \xrightarrow{\text{طول ها نصف}} \Big|_{\frac{2}{3}} \xrightarrow{\text{عرض ۳ برابر}} \Big|_2 \xrightarrow{\text{هفت واحد بای کی}} A' \Big|_2$$

پس $a - b = 0$ است.

$$\text{صورت کسر به ازای } x = \frac{1}{p} \text{ منفی است و چون جواب حد برابر } -\infty \text{ شده است بنابراین مخرج باید } 0^+ \text{ باشد پس حتماً } x = \frac{1}{p} \text{ ریشه مضاعف مخرج است}$$

$$\text{یعنی مخرج به صورت } 4\left(x - \frac{1}{p}\right)^2 \text{ است.}$$

$$4\left(x - \frac{1}{p}\right)^2 = 4\left(x^2 - x + \frac{1}{p}\right) = 4x^2 - 4x + \frac{4}{p} \xrightarrow{\text{مقایسه با مخرج}} \begin{cases} a = -4 \\ b = 1 \end{cases} \rightarrow ab = -4$$

$$\text{روش اول: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 8$$

با ابهام $\frac{0}{0}$ مواجه هستیم که برای رفع ابهام از اتحاد چاقی و لاغر کمک می گیریم $((a+b)(a^2+b^2-ab) = a^3+b^3)$

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^3 + 10x + 16}{6(2 + \sqrt[3]{x})} \times \frac{4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x}}{4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x}} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+8)(x+2)(4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x})}{6(8+x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)(4 + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x})}{6} = \frac{-6(12)}{6} = -12$$

روش دوم:

از قاعده هوییتال استفاده می کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^3 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt[3]{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow -8} \frac{3x^2 + 10}{6\left(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)} = \frac{-6}{6\left(\frac{1}{12}\right)} = -12$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 9$$

$$y = x^2 - x - 3 \xrightarrow[\text{واحد به چپ}]{x \rightarrow x+2} y = (x+2)^2 - (x+2) - 3 \xrightarrow[\text{واحد بای کی}]{x \rightarrow x+2} y = (x+2)^2 - (x+2) - 3 - 9$$

نمودار زیر محور x قرار دارد یعنی باید نامعادله $y < 0$ را حل کنیم.

$$y < 0 \Rightarrow (x+2)^2 - (x+2) - 12 < 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x - 2 - 12 < 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 10 < 0 \Rightarrow (x-2)(x+5) < 0 \Rightarrow -5 < x < 2 \Rightarrow x \in (-5, 2)$$

$$\text{می دانیم } \sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a \text{ است. } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 10$$

$$4 \sin x \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \rightarrow -4 \sin x \cos x = 1 \rightarrow -4\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right) = 1 \rightarrow -2 \sin 2x = 1 \rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)$$

$$\sin x = \sin \alpha \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \end{cases} \xrightarrow{\text{به } k \text{ عدد می دهیم.}} x = \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}, \frac{23\pi}{12} \xrightarrow{\text{مجموع جواب ها}} \frac{60\pi}{12} = 5\pi$$

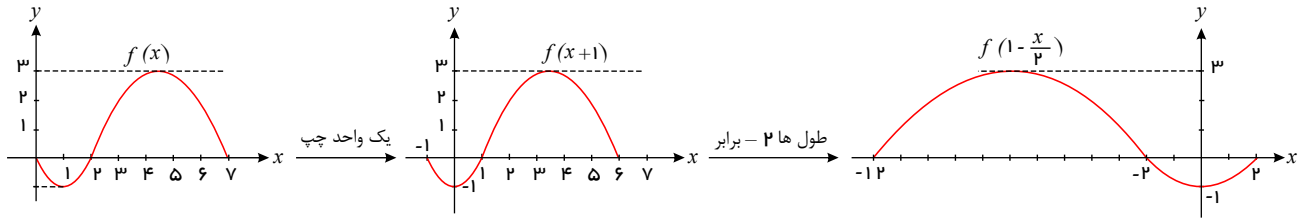
$$\text{می دانیم که } (f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \text{ است. } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 11$$

$$(f \circ g)^{-1}(2x - 4) = \frac{x}{2} \rightarrow (g^{-1} \circ f^{-1})(2x - 4) = \frac{x}{2} \rightarrow g^{-1}(f^{-1}(2x - 4)) = \frac{x}{2} \quad *$$

محل برخورد نمودار وارون تابع $f(x)$ با محور y همان $f^{-1}(0)$ است، بنابراین در رابطه $*$ را ۲ قرار می دهیم تا $f^{-1}(0)$ درست شود.

$$x = 2 \xrightarrow{*} g^{-1}(f^{-1}(0)) = 1 \rightarrow g(1) = f^{-1}(0) \rightarrow 2(1)^3 + 1 = f^{-1}(0) \rightarrow f^{-1}(0) = 3$$

$$\text{نمودار } f(x+2) \text{ را دو واحد به راست منتقل می کنیم تا نمودار } f(x) \text{ حاصل شود. } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 12$$



برای تعیین دامنه $\sqrt{x f(1 - \frac{x}{2})}$ باید نامعادله زیر را حل کنیم.

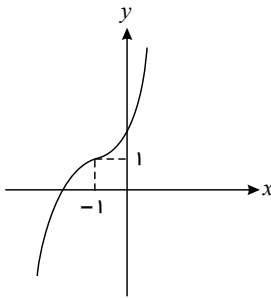
$$x f(1 - \frac{x}{2}) \geq 0$$

x	-۱۲	-۲	۰	۲
x	-	-	۰	+
$f(1 - \frac{x}{2})$	۰	+	۰	-
$x f(1 - \frac{x}{2})$	۰	-	۰	-

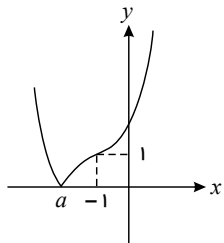
$\rightarrow D_f = [-2, 0] \cup \{-12, 2\}$

ابتدا ضابطه f را ساده تر می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$f(x) = |x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 1| = |(x+1)^3 + 1|$$



نمودار تابع $y = (x+1)^3 + 1$ را به کمک انتقال تابع $y = x^3$ رسم می کنیم:



برای رسم نمودار f ، کافیت قسمتی از نمودار را که زیر محور x هاست، نسبت به محور x ها قرینه کنیم و آن قسمت از نمودار را که بالای محور x هاست حفظ کنیم:

برای به دست آوردن a باید معادله $f(x) = 0$ را حل کنیم:

$$(x+1)^3 + 1 = 0 \rightarrow (x+1)^3 = -1 \rightarrow x+1 = -1 \rightarrow x = -2$$

پس تابع f در بازه $[-2, +\infty)$ صعودی اکید است و حداقل مقدار a برابر با -2 است.

برای پیدا کردن تابع وارون، کافی است x را بر حسب y به دست آورده و سپس جای x و y را عوض کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$f(x) = x^3 - 2x - 3 \rightarrow y = (x-1)^3 - 1 - 3 \rightarrow y = (x-1)^3 - 4 \rightarrow (x-1)^3 = y+4$$

$$\rightarrow x-1 = \sqrt[3]{y+4} \xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y+4} \rightarrow x = 1 + \sqrt{y+4} \rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+4}$$

$$f^{-1}(x) = g(x) \rightarrow 1 + \sqrt{x+4} = \frac{x-9}{2} \xrightarrow{\text{مشاهده گریه ها}} x = 21$$

توجه کنید حل معادله آخر بدین صورت است:

$$2\sqrt{x+4} = x-11 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x+16 = x^2+11x-22 \rightarrow x^2-26x+105=0$$

$$\rightarrow (x-21)(x-5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 21 & \text{ق ق} \\ x = 5 & \text{غ ق (در معادله صدق نمی کند)} \end{cases}$$

می دانیم $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ و $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$\cos 2x + \cos^2 x + 4 \sin x = 3 \rightarrow 1 - 2\sin^2 x + 1 - \sin^2 x + 4 \sin x = 3$$

$$\rightarrow 3 \sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0 \xrightarrow{\sin x = A} 3A^2 - 4A + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} A = 1 \rightarrow \sin x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ A = \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \rightarrow \sin x = \frac{1}{3} \rightarrow \text{در بازه } [0, \pi] \text{ دو جواب مکمل دارد.} \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌ها برابر $\frac{3\pi}{2} = \pi + \frac{\pi}{2}$ است.

در تابع $y = a \sin bx + c$ ، بیشترین مقدار تابع از رابطه $|a| + c$ بدست می‌آید. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

$$|a| + c = 1 \rightarrow |a| - 1 = 1 \rightarrow |a| = 2 \rightarrow a = \pm 2$$

شکل داده شده فرمت خود سینوس را دارد بنابراین a و b هم علامتند ابتدا حالتی را در نظر می‌گیریم که b و a هر دو مثبت هستند.

$$f(x) = 2 \sin(b\pi x) - 1 \xrightarrow{\text{صدق}} 0 = 2 \sin \frac{5b\pi}{3} - 1 \rightarrow \sin \frac{5b\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

مقدار سینوس برابر $\frac{1}{2}$ شده است برای x های مثبت این اتفاق اولین بار در $\frac{\pi}{6}$ و بار دوم در $\frac{5\pi}{6}$ اتفاق می‌افتد و با توجه به شکل تابع، باید $\frac{5b\pi}{3}$ برابر $\frac{5\pi}{6}$ باشد.

$$\frac{5b\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} \rightarrow \frac{b}{3} = \frac{1}{6} \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

به طریق مشابه برای حالتی که a و b هر دو منفی هستند، $b = -\frac{1}{2}$ به دست می‌آید.

$$\text{می‌دانیم } \cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \text{ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\frac{1}{\tan x}}}{\cos 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\tan x} - \frac{1}{\sqrt{\tan x}}}{\cos 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\tan x - 1}{\sqrt{\tan x}}}{1 - \tan^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\tan x - 1)(1 + \tan^2 x)}{\sqrt{\tan x}(1 - \tan^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(1 - \tan x)(1 + \tan^2 x)}{\sqrt{\tan x}(1 + \tan x)(1 - \tan x)} = \frac{-(1 + 1)}{1(1 + 1)} = -1$$

ابتدا ضابطه تابع داده شده را ساده می‌کنیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)

$$y = a \sin\left(\frac{3\pi}{2} + b\pi x\right) \rightarrow y = -a \cos(b\pi x)$$

در تابع $y = a \cos bx + c$ دوره تناوب از رابطه $T = \frac{2\pi}{|b|}$ به دست می‌آید و ماکسیم آن از رابطه $Max = |a| + c$ به دست می‌آید.

در فاصله $[0, 3]$ شکل دوبار تکرار شده است، پس:

$$2T = 3 \rightarrow T = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{2}{|b|} = \frac{3}{2} \rightarrow |b| = \frac{4}{3} \rightarrow b = \frac{4}{3}, b = -\frac{4}{3}$$

$$Max = 3 \rightarrow |-a| + 0 = 3 \rightarrow |a| = 3 \rightarrow a = 3, a = -3$$

چون شکل داده شده فرمت قرینه سینوس را دارد باید ضریب کسینوس منفی باشد بنابراین $a = 3$ است.

$$a + b = \begin{cases} 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3} \\ 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

بنابراین کمترین مقدار $a + b$ برابر $\frac{5}{3}$ است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + 4x - 3$$

چون $f(x)$ بر $x + 1$ بخش پذیر است، داریم:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow -2 + a - 4 - 3 = 0 \Rightarrow a = 9$$

$$f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 4x - 3$$

با تقسیم $f(x)$ بر $x + 1$ داریم:



$$\begin{array}{r}
 2x^3 + 9x^2 + 4x - 3 \quad | \quad x + 1 \\
 \underline{2x^3 + 7x - 3} \\
 -2x^2 \pm 2x^2 \\
 \underline{7x^2 + 4x - 3} \\
 -7x^2 \pm 7x \\
 \underline{-3x - 3} \\
 \underline{+3x + 3} \\
 0
 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(2x^2 + 7x - 3) = 0 \Rightarrow x = -1, \quad 2x^2 + 7x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

اگر ریشه‌های معادله $2x^2 + 7x - 3 = 0$ را x_1 و x_2 بنامیم، داریم:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = \frac{49}{4} - 2\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{61}{4}$$

$$f(x) = \text{مجموع مجذورات صفرهای } (-1)^2 + x_1^2 + x_2^2 = 1 + \frac{61}{4} = \frac{65}{4}$$

می‌دانیم $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ و $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\frac{\lambda \sin^2 x}{1 + \tan^2 x} + 3 \cos 2x = 0 \rightarrow \frac{\lambda \sin^2 x}{\frac{1}{\cos^2 x}} + 3 \cos 2x = 0 \rightarrow \lambda \sin^2 x \cos^2 x + 3 \cos 2x = 0$$

$$\rightarrow \lambda (\sin x \cos x)^2 + 3 \cos 2x = 0 \rightarrow \lambda \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 + 3 \cos 2x = 0$$

$$\rightarrow 2 \sin^2 2x + 3 \cos 2x = 0 \rightarrow 2(1 - \cos^2 2x) + 3 \cos 2x = 0$$

$$\rightarrow 2 \cos^2 2x - 3 \cos 2x - 2 = 0 \xrightarrow{\cos 2x = A} 2A^2 - 3A - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25$$

$$\begin{cases}
 \cos 2x = \frac{3+5}{4} = 2 \text{ غ ق} \\
 \cos 2x = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}
 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{k \text{ عدد می‌دهیم}} \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \xrightarrow{\text{مجموع}} \frac{12\pi}{3} = 4\pi$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴



limoonad
Education For All