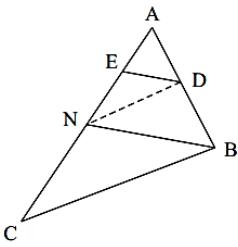
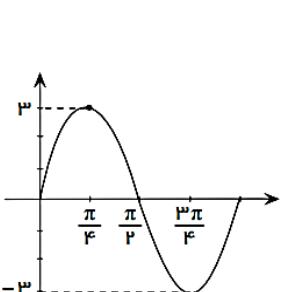


نام درس: ریاضی ۲
نام دبیر: روزبه سیگارودی
تاریخ امتحان: ۱۷ / ۰۳ / ۱۴۰۰
ساعت امتحان: ۳۰ : ۰۸ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ
آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام و نام فائزه‌گی:
مقطع و رشته: یازدهم تجربی
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سوال: ۲ صفحه

| ردیف | محل مهر و امضاء مدیر | نمره به حروف: | نمره تجدید نظر به عدد: | نمره به حروف: | نمره به عدد: |
|------|----------------------|--|--|--|--------------|
| | | تاریخ و امضاء: | نام دبیر: | تاریخ و امضاء: | نام دبیر: |
| ۱ | | اگر α و β جواب‌های معادله درجه دوم $4x^2 - 5x - 5 = 0$ باشند، معادله‌ای بنویسید که جواب‌های آن $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$ باشد. | | | ۱ |
| ۱/۵ | |  | در شکل زیر زیر $EN = 6$ و $AE = 4$ و $DN \parallel BC$ و $DE \parallel BN$ می‌باشد. اندازه‌ی AC را بدست آورید. | | ۲ |
| ۱ | | $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = (x+1)^3 - 4 \end{cases}$ | | ضابطه‌ی وارون تابع زیر را بدست آورید. | ۳ |
| ۱ | | | | مقدار عبارت $\sin\left(\frac{-179\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{-179\pi}{6}\right)$ را بدست آورید. | ۴ |
| ۱ | |  | | معادله توابع مثلثاتی را که منحنی‌های آن‌ها داده شده است، تعیین کنید. | ۵ |
| ۱/۵ | | | اگر نمودار تابع $f(x) = ab^x - 3$ از دو نقطه $A(1, 0)$ و $B(2, 6)$ بگذرد، مقدار $f(-1)$ را بیابید. | | ۶ |
| ۱ | | الف $3^{3n-2} = \frac{1}{3^n}$ | | معادلات نمایی زیر را حل کنید. | ۷ |
| ۱/۵ | | | | از معادله لگاریتمی $\log_3(2x^3 + 1) - \log_3(x + 2) = 1$ مقدار $\log_3(x + 2)$ را بیابید. | ۸ |

صفحه ۱ از ۲

| ردیف | سوالات | ردیف |
|------|---|------|
| ۱ | <p>شکل زیر، نمودار تابع f است. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ را محاسبه کنید.</p> | ۹ |
| ۲ | <p>هر یک از حدود زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x] + x }{x + 1}$ <p>ب</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-3}{ [x] + [-x] }$ | ۱۰ |
| ۱/۵ | <p>مقادیر a و b را طوری بدست آورید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2[x], & x > 1 \\ a + 3, & x = 1 \\ bx + 6, & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ پیوسته باشد.</p> | ۱۱ |
| ۱/۵ | <p>دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرطی که بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را به‌دست آورید.</p> | ۱۲ |
| ۱/۵ | <p>اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و داشته باشیم $P(A B) = \frac{1}{4}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A') = \frac{2}{3}$، مقدار $P(A \cup B)$ را بدست آورید.</p> | ۱۳ |
| ۱/۵ | <p>هشت داده آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ داریم. اگر دو داده ۱۲ و ۱۸ به آن‌ها افزوده شود، واریانس ۱۰ داده حاصل را بدست آورید.</p> | ۱۴ |
| ۱/۵ | <p>میانگین طول اضلاع مربع‌های ۱۵ واحد با ضریب تغییرات $2/\sqrt{5}$ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع‌ها را بدست آورید.</p> | ۱۵ |

جمع باره: ۲۰ نمره

نام درس: ریاضی ۲
نام دبیر: ووزیر سینگاودی
تاریخ امتحان: ۱۷ / ۰۳ / ۱۴۰۰
 ساعت امتحان: ۱۴:۳۰ ه.ص / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره کی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱ تهران
دیبرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد حافظ



کلید سوالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

| ردیف | راهنمای تصحیح | محل مهر یا امضاء مدیر |
|------|---|-----------------------|
| ۱ | $\alpha \rightarrow \frac{1}{\alpha} \rightarrow X = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{1}{X}$ $\beta \rightarrow \frac{1}{\beta} \rightarrow r(\frac{1}{X}) - \Delta(\frac{1}{X}) - \Delta = 0 \rightarrow \frac{r}{X^r} - \frac{\Delta}{X} - \Delta = 0 \rightarrow r - \Delta X - \Delta X^r = 0 \rightarrow \boxed{\Delta x^r + \Delta x - r = 0}$ | |
| ۲ | $DE \parallel BN \rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AN} \quad (1)$ $DN \parallel BC \rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad (2)$ $(1), (2) \rightarrow \frac{AE}{AN} = \frac{AN}{AC} \rightarrow \frac{r}{10} = \frac{10}{AC} \rightarrow \boxed{AC = 25}$ | |
| ۳ | $y = (x+1)^r - r \rightarrow y + r = (x+1)^r \rightarrow \sqrt[r]{y+r} = x+1 \rightarrow x = \sqrt[r]{y+r} - 1$ $\rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt[r]{y+r} - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[r]{x+r} - 1 \rightarrow \begin{cases} f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f^{-1}(x) = \sqrt[r]{x+r} - 1 \end{cases}$ | |
| ۴ | $\sin(-\frac{179\pi}{6}) + \cos(-\frac{179\pi}{6}) = -\sin(\frac{179\pi}{6}) + \cos(\frac{179\pi}{6})$ $= -\sin(30\pi - \frac{\pi}{6}) + \cos(30\pi - \frac{\pi}{6}) = -(-\sin \frac{\pi}{6}) + \cos \frac{\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6}$ $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ | |
| ۵ | <p>الف</p> $T = \frac{2\pi}{ b } = \pi \rightarrow b = 2 \rightarrow b = \pm 2$ <p>طبق شکل دوره تناوب برابر $T = \pi$ است. با در نظر گرفتن شکل کلی تابع به صورت $y = a \sin bx$ داریم:</p> <p>با در نظر گرفتن $b = \pm 2$, طبق شکل $a = \pm 3$ خواهد بود.</p> $y = 3 \sin(2x) \quad (1)$ <p>در حالت کلی برای تابع به صورت $y = a \sin(bx)$ داریم. اگر در این سؤال $b = -2$ را در نظر بگیریم، برای a نیز داریم: $a = -3$. بنابراین:</p> <p>که هر دو جواب یعنی معادلات (۱) و (۲) قابل قبولند.</p> $y = -3 \sin(-2x) \quad (2)$ | |
| ۶ | $\begin{cases} A(2, 6) \rightarrow f(2) = 6 \rightarrow ab^r - 3 = 6 \rightarrow ab^r = 9 \div [b = 3], [a = 1] \\ B(1, 0) \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow ab - 3 = 0 \rightarrow ab = 3 \end{cases}$ $\rightarrow \boxed{f(x) = x^2 - 3} \rightarrow f(-1) = (-1)^2 - 3 = \frac{1}{3} - 3 = \frac{1-27}{3} \rightarrow \boxed{f(-1) = \frac{-26}{3}}$ | |
| ۷ | <p>الف</p> $2^{rn-r} = \frac{1}{2^{2r}} \rightarrow 2^{rn-r} = \frac{1}{(2^r)^r} \rightarrow 2^{rn-r} = \frac{1}{2^{r^2}}$ $\rightarrow 2^{rn-r} = 2^{-1} \rightarrow rn - r = -1 \rightarrow rn = -1 \rightarrow n = -\frac{1}{r}$ | |

$$\log_r(2x^r + 1) - \log_r(x + 2) = 1 \rightarrow \log_r \frac{2x^r + 1}{x + 2} = \log_r 2 \rightarrow \frac{2x^r + 1}{x + 2} = 2$$

$$\rightarrow 2x^r + 1 = 2x + 2 \rightarrow 2x^r - 2x - 1 = 0 \rightarrow (x+1)(2x-1) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ 2x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$x = -1 \rightarrow \log_2(2x-1) = \log_2(2(-1)-1) = \log_2(-3) \quad \text{خ}$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow \log_2(2x-1) = \log_2(2(\frac{1}{2})-1) = \log_2 0 = \log_{2^r} 2^r = \frac{r}{2} \log_2 2 \rightarrow \log_2(2x-1) = \frac{r}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 + 2 = 2$$

الف
 $x \rightarrow 0^+ : x > 0 \rightarrow [x] = 0, x \rightarrow 0^- : x < 0 \rightarrow [x] = -1$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|+|x|}{x+1} = \frac{0+0}{0+1} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|+|x|}{x+1} = \frac{-1+0}{0+1} = -1 \end{array} \right\} \rightarrow \text{حد نادر}.$$

ب
 $x \rightarrow 0^- : x < 0 \rightarrow [x] = -1$
 $x \rightarrow 0^- : x < 0 \xrightarrow{x \rightarrow 0} -x > 0 \rightarrow [-x] = 0$
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{|[x]+[-x]|} = \frac{-2}{|-1+0|} = -2$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^r + 2[x] = (1)^r + 2[1^+] = 1 + 2(1) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} bx + 2 = b(1) + 2 = b + 2, f(1) = a + 2$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + 2 = 3 \rightarrow a = 1 \\ b + 2 = a + 2 \rightarrow b + 2 = 3 \rightarrow b = 1 \end{cases}$$

$$A = \{(2, 2)(2, 4)(2, 5)(4, 2)(4, 4)(4, 5)(5, 2)(5, 4)(5, 5)\}$$

$$B = \{(1, 5)(3, 5)(4, 4)(5, 3)(5, 2)\}$$

$$A \cap B = \{(2, 5)(4, 4)(5, 2)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{3}{5} \rightarrow P(A|B) = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{2}{3} \rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{13}{15}$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k} = 15 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_k = 120$$

$$r = \frac{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_k - 15)^2}{k}$$

$$\rightarrow (x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_k - 15)^2 = 32$$

اگر دو داده جدید ۱۲ و ۱۸ را اضافه کنیم داریم:

A

9

10

11

12

13

14

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N + 12 + 18}{10} = \frac{120 + 30}{10} \rightarrow \boxed{\bar{X} = 15}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_N - 15)^2 + (12 - 15)^2 + (18 - 15)^2}{10} = \frac{32 + 9 + 9}{10}$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{30}{10} \rightarrow \boxed{\sigma^2 = 3}$$

اگر طول ضلع مربع‌ها را x_1, x_2, \dots, x_N در نظر بگیریم:

۱۵

$$\bar{X} = 15, CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{15} \rightarrow \boxed{\sigma = 3}$$

مساحت مربع‌ها را می‌توانیم بصورت $x_1^2, x_2^2, \dots, x_N^2$ بنویسیم و داریم:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - \bar{X}^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - 15^2 \\ &\rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 9 + 225 \rightarrow \boxed{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 234} \end{aligned}$$

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : روزبه سیگارودی

جمع بارم : ۲۰ نمره

