

«امتحان نخبان»

پایخ دهنده: رضوان عباسی

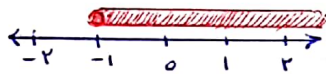
(الف) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{2, 4, 6, 7\}$ و $C = \{1, 2, 7, 8\}$

$A \cap B = \{2, 4\}$

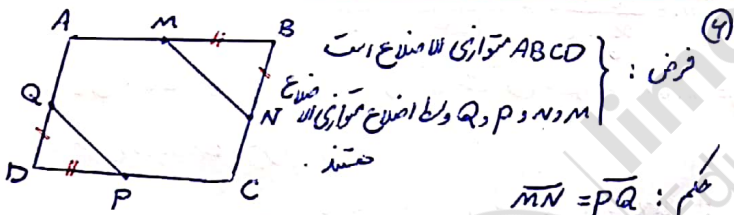
$C - (A \cap B) = \{1, 2, 7, 8\} - \{2, 4\} = \{1, 7, 8\}$

$n(S) = 6 \times 6 = 36$

$A = \{(1, 1)\} \Rightarrow n(A) = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{36}$



$\sqrt{(3-\sqrt{8})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{8})^2} = \underbrace{|3-\sqrt{8}|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|1-\sqrt{8}|}_{\text{منفی}}$
 $= (3-\sqrt{8}) - (1-\sqrt{8}) = 3-\sqrt{8}-1+\sqrt{8} = 3-1 = 2$



فرض: $ABCD$ متوازی الاضلاع است
 ضلع AD و BC موازی و ضلع AB و DC موازی است
 ضلع AD و BC متساوی و ضلع AB و DC متساوی است
 $\hat{D} = \hat{B}$ خاصیت متوازی الاضلاع
 $\hat{QDP} \cong \hat{MBN}$ فرض
 $\overline{MN} = \overline{PQ}$ حکم

$\frac{3^f \times 5^f}{15^{-2}} = \frac{15^f}{15^{-2}} = 15^{f-(-2)} = 15^6$

$(\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{27}) \div \sqrt{3}$
 $= (2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) \div \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 3$

$\begin{cases} \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \\ \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \\ \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \end{cases}$

(۱) درستی یا نادرستی

(الف) نادرست

تعریف داده شده مربوط به اشتراک دو مجموعه A و B است.

(ب) درست

(ج) نادرست

از هر نقطه خارج یک دایره، دو خط مماس بر آن دایره می توان رسم کرد.

(د) نادرست

خطی که از مبدأ مختصات عبور کند عرض از مبدأ ندارد (عرض از مبدأ خط صفر است)

(۲) جای خالی:

$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

(الف) -۲

(ب) ۷

منظور از درجه نسبت به x و y در این سه جمله ای: بیشترین مجموع توانهای

$3+4=7$

مربوط به x و y است.

$3x - 15 = 0 \rightarrow 3x = 15 \xrightarrow{\div 3} x = 5$ (ج) $x = 5$

کسری که مخربش صفر باشد را تعریف نشده می گویم.

(۱) برای تعیین ضرایب خط باید معادله خط داده شده را به فرم $y = ax + b$

$4x - 2y = 8 \Rightarrow -2y = -4x + 8$

$\xrightarrow{\div (-2)} y = +2x - 4$

ضرایب: $+2$
 عرض از مبدأ: -4

(۳) سوالات ۴ گزینه ای:

(الف) گزینه (۳)

نکته: عضوهای یک مجموعه باید کاملاً مشخص و متمایز باشد در انتخاب عضوها

نباید سلیقه ای عمل کنیم.

در گزینه (۳) مجموعی مورد نظر نمی است.

(ب) گزینه (۳)

$\{x \in \mathbb{N} \mid -3 \leq x < 3\} = \{1, 2\}$

(ج) گزینه (۱)

اگر متغیر داخل رادیکال و یا قدر مطلق باشد و یا در خارج کسره باشد عبارت مورد

نظر یک جمله ای نیست.

(د) گزینه (۱) اگر ترتیب منفی باشد خط به فرم \setminus رسم می شود و اگر عرض از مبدأ

خط مثبت باشد، خط محور عرض ها را در نقطه ای مثبت قطع می کند.

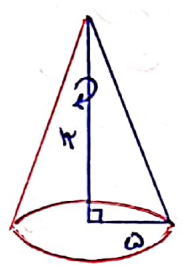
(۱۳)

$$\frac{3x^3 - 2x^2 + 4x + 5}{-3x^3 - 3x^2} \div \frac{x+1}{3x^2 - 5x + 9}$$

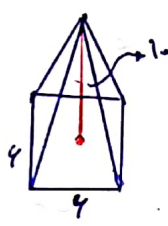
$$\frac{-2x^2 + 4x}{+3x^2 + 5x} \times \frac{3x^2 - 5x + 9}{-4}$$

$$\frac{-6x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 15x^2 + 18x - 20x + 36}{-4}$$

خارج قسمت: $3x^2 - 5x + 9$
باقی مانده: -4



(۱۴) الف) نکته: از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از ضلع های قائم یک مخروط پدید می آید.
ب) $V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} (\pi \times 5^2) \times 12 = 100\pi$



(۱۵) الف) $V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} (4 \times 4) \times 10 = 120 \text{ cm}^3$
ب) $S = 4\pi R^2 \xrightarrow{R=10} S = 4\pi (10^2) = 400\pi \text{ cm}^2$

(۱۶) $V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow (\text{حجم نهی کرده}) = \frac{4}{3} \pi R^3$
 $R=3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi (3^3) = 18\pi \text{ cm}^3$

(۱۷) الف) $(2a-5)^2 = (2a)^2 - 2(2a)(5) + (5)^2 = 4a^2 - 20a + 25$

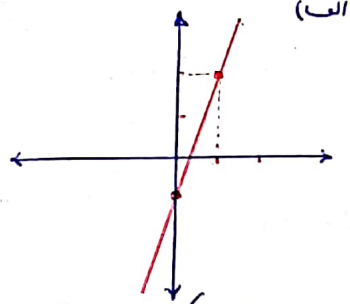
ب) $(2a-3b)(2a+3b) = (2a)^2 - (3b)^2 = 4a^2 - 9b^2$

(۱۸) الف) $x^2 - 49 = (x-7)(x+7)$

ب) $y^2 - y - 12 = (y-4)(y+3)$

(۱۹) الف)

x	0	1
y	-1	2
[x]	[0]	[1]



با ابتدا سبب خط گذرنده از دو نقطه A و B را بدست می آوریم.

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - (-1)}{1 - 0} = \frac{3}{1} = 3$$

پس به کمک یکی از نقاط و با گذرانی منقصات آن نقطه در معادله $y = ax + b$ عرض از مبدأ خط را نیز پیدا می کنیم.

$$y = ax + b \xrightarrow{a=3} (1) = 3(1) + b \Rightarrow 1 = 3 + b \Rightarrow b = -2$$

معادله خط: $y = 3x - 2$

(۲۰)

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases} \xrightarrow{x(-2)} \begin{cases} -x - 4y = -6 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases} \xrightarrow{+}$$

$$-1y = -2 \xrightarrow{\div(-1)} y = 2$$

$$y = 2 \rightarrow x + 2(2) = 3 \Rightarrow x + 4 = 3 \Rightarrow x = -1$$

(۲۱) الف)

$$\frac{12a^3b^2}{18a^2b^4} = \frac{2a}{3b^2}$$

ب)

$$\frac{x^2 - 10x + 21}{x^3} \times \frac{x^2}{x-3} = \frac{(x-7)(x-3)}{x^3} \times \frac{x^2}{x-3} = \frac{x-7}{x}$$

(۲۲)

$$\frac{5a^2}{a^2-1} - \frac{2a}{a+1} = \frac{5a^2}{(a-1)(a+1)} - \frac{2a}{a+1} = \frac{5a^2 - 2a(a-1)}{(a-1)(a+1)}$$

$$= \frac{5a^2 - 2a^2 + 2a}{(a-1)(a+1)} = \frac{3a^2 + 2a}{(a-1)(a+1)}$$